Über Probleme bei der optimalen Standortbestimmung, deren mögliche Lösungsmethoden und weitere Anwendungen

Armin Iske

Fachbereich Mathematik, Universität Hamburg

Wie verteilt man eine bestimmte Zahl von Postagenturen in einer Millionenstadt, so dass der weiteste Weg eines Postkunden zu seiner nächstgelegenen Postagentur möglichst kurz ist? Dieses bekannte "Post-Office Problem" ist nur eine Variante des etwas allgemeineren "k-center"-Problems, welches man mathematisch wie folgt formuliert.

Zu einer gegebenen natürlichen Zahl k und einer endlichen Punktmenge $X \subset \mathbb{R}^n$ ist eine k-elementige Teilmenge $Y \subset X$ gesucht, die ihren Überdeckungsradius $r(Y, X)$ bez. X unter allen k-elementigen Teilmengen von X minimiert. Der Überdeckungsradius $r \equiv r(Y, X)$ von Y bez. X wird dabei (zu einer gegebenen Metrik) gemessen durch die minimale Distanz, mit der jeder Punkt aus X höchstens um die Distanz r von seinem nächstgelegenen Punkt in Y entfernt ist.

Dieses diskrete Optimierungsproblem ist im allgemeinen nicht effizient lösbar, was heuristische Verfahren zur Bestimmung von suboptimalen Lösungen erfordert. Aufgrund seiner Praxisrelevanz in zahlreichen industriellen Anwendungen ist das k-center-Problem ein beliebter Forschungsgegenstand im "Operational Research", wobei dort bisher überwiegend graphentheoretische und kombinatorische Lösungsmethoden verwendet wurden.

In diesem Vortrag wird zunächst die Komplexität des k-center-Problems diskutiert, bevor eine "bestmögliche" universelle Lösungsmethode vorgestellt wird. Schließlich wird ein sehr effizienter geometrischer Algorithmus zur approximativen Lösung des k-center-Problems vorgeschlagen, der in vielen praxisrelevanten Anwendungen diese universelle Lösungsmethode verbessert. Ausgewählte Anwendungsbeispiele aus der Datenkompression belegen die gute Leistungsfähigkeit dieser neuen alternativen Lösungsmethode.