

Mathematik als Unterrichtsfach in einem Lehramtsstudiengang

PD Dr. Susanne Koch

Fachbereich Mathematik
Universität Hamburg

susanne.koch@uni-hamburg.de

<https://www.math.uni-hamburg.de/home/koch/LehramtMathematikUT2020.pdf>

18. Februar 2020

Inhalt

- 1 Allgemeine Informationen zur Lehramtsausbildung
- 2 Spezielle Informationen zu dem Unterrichtsfach Mathematik
 - Studienziele im Teilstudiengang Mathematik
 - Wie „geht“ Mathematik?
 - Bachelor-Studienpläne für den Teilstudiengang Mathematik
- 3 Starthilfen, Informationsveranstaltungen und Links

Phasen der Lehramtsausbildung

1. Phase (gestuft):

- **Bachelorstudium (B. Ed.):** regelhaft **6 Semester** (**8** bei UF Musik oder Kunst im LASeq oder LAS-Sek)
- **Masterstudium (M. Ed.):** regelhaft **4 Semester**

Studienorte: UHH und (in Abh. der UF) ggf. zusätzlich

- TU Hamburg
- Hochschule für Musik und Theater
- Hochschule für bildende Künste
- Hochschule für Angewandte Wissenschaften

2. Phase:

Vorbereitungsdienst: 18 Monate - Abschluss Staatsexamen

Modularer Aufbau eines Studiums

- **Module** sind in sich abgeschlossene Lehr- und Lerneinheiten, die i.d.R. aus mehreren inhaltlich aufeinander bezogenen Lehrveranstaltungen bestehen.
- I.d.R. wird ein Modul mit einer **Modulabschlussprüfung** abgeschlossen (3-fache Wiederholungsmöglichkeit).
- Die **Arbeitsbelastung** für ein Modul wird in Leistungspunkten (LP) ausgewiesen:
Faustregel: $1 \text{ LP} \cong 30 \text{ Arbeitsstunden}$.
- Pro Semester sind Module im Umfang von durchschnittlich **30 Leistungspunkten** (900 Arbeitsstunden) zu absolvieren.
- Man unterscheidet **Pflichtmodule**, **Wahlpflichtmodule** und **Wahlmodule**.

Lehramtsstudiengänge ab WiSe 2020/21

Studiengang Lehramt ...	Kürzel	Anteil Mathematik Bachelor (180 LP)	Anteil Mathematik Master (120 LP)
an Grundschulen (Nur in diesem LA-Studiengang ist Mathematik Pflichtfach!)	LAGS	27 Fach + 12 Fachdidaktik	5 (20) Fach + 8 Fachdidaktik
für Sonderpädagogik – Profilbildung Grundschule	LAS-G	27 Fach + 12 Fachdidaktik	5 Fach + 8 Fachdidaktik
für Sekundarstufe I und II (Stadtteilschulen und Gymnasien)	LASek	60 Fach + 8 Fachdidaktik	22 Fach + 6 Fachdidaktik
für Sonderpädagogik – Profilbildung Sekundarstufe	LAS-Sek	42 Fach + 8 Fachdidaktik	20 Fach + 6 Fachdidaktik
an berufsbildenden Schulen	LAB	42 Fach + 9 Fachdidaktik	20 Fach + 5 Fachdidaktik

Inhalt

- 1 Allgemeine Informationen zur Lehramtsausbildung
- 2 **Spezielle Informationen zu dem Unterrichtsfach Mathematik**
 - Studienziele im Teilstudiengang Mathematik
 - Wie „geht“ Mathematik?
 - Bachelor-Studienpläne für den Teilstudiengang Mathematik
- 3 Starthilfen, Informationsveranstaltungen und Links

Studienziele im Teilstudiengang Mathematik

- (umfassende) Auseinandersetzung mit den grundlegenden **Themen** und **Methoden** moderner Mathematik,
- Erhalt vertiefter Einblicke, die es ermöglichen
 - Mathematik als **lebendige Wissenschaft** wahrzunehmen,
 - **Lern- und Bildungsprozesse hinsichtlich fachlicher Aspekte zu gestalten und zu reflektieren**
- Erweiterung der Fähigkeiten,
 - mathematische Sachverhalte zu verstehen, zu vermitteln, schriftlich darzustellen, mündlich zu präsentieren,
 - sich **selbstständig in mathematische Konzepte und Techniken einzuarbeiten**,
 - letztere **an schulische Anforderungen anzupassen** und in den kulturellen Kontext einzuordnen.

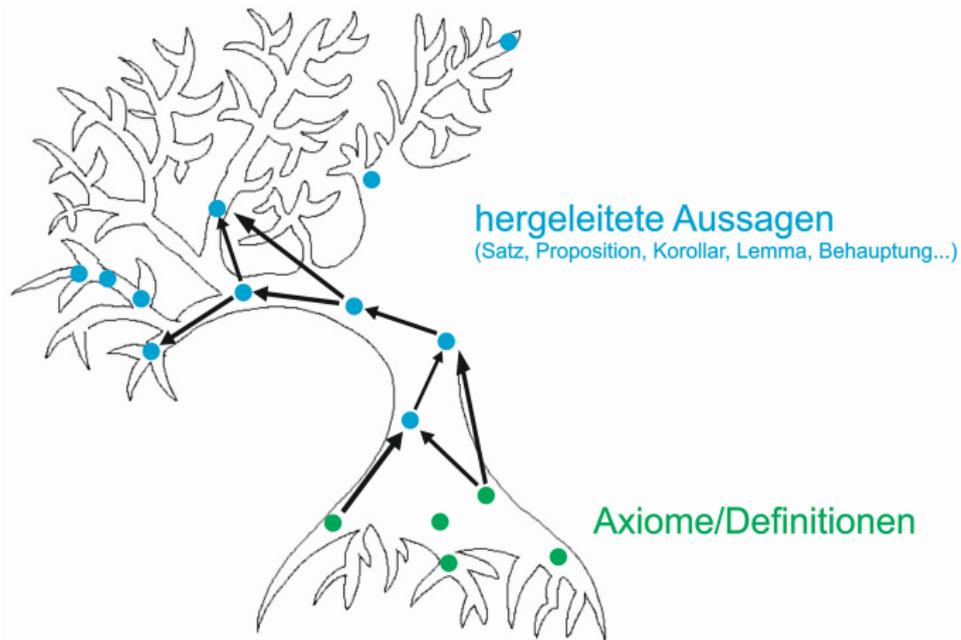
Inhalt

- 1 Allgemeine Informationen zur Lehramtsausbildung
- 2 **Spezielle Informationen zu dem Unterrichtsfach Mathematik**
 - Studienziele im Teilstudiengang Mathematik
 - Wie „geht“ Mathematik?
 - Bachelor-Studienpläne für den Teilstudiengang Mathematik
- 3 Starthilfen, Informationsveranstaltungen und Links



Zur axiomatischen Methode

μαθηματικὴ τέχνη (*mat^hēmatikḗ ték^hḡnē*): „Kunst des Lernens“



Beispiel zur axiomatischen Methode (1)

Definition

Eine ganze Zahl a heißt

- **gerade**, wenn eine ganze Zahl k existiert, so dass $a = 2 \cdot k$,
- **ungerade**, wenn eine ganze Zahl k existiert, so dass $a = 2 \cdot k + 1$.

Beispiel

- 6 ist gerade, da $6 = 2 \cdot 3$,
- -6 ist gerade, da $-6 = 2 \cdot (-3)$,
- 0 ist gerade, da $0 = 2 \cdot 0$,
- 9 ist ungerade, da $9 = 2 \cdot 4 + 1$,
- -9 ist ungerade, da $-9 = 2 \cdot (-5) + 1$.

Beispiel zur axiomatischen Methode (2)

Satz 1

Sind a und b ungerade, so ist $a + b$ gerade.

Beweis

Nach Voraussetzung sind a und b ungerade. **Per Definition** existieren damit ganze Zahlen k und l , für die

$$a = 2 \cdot k + 1 \quad \text{und} \quad b = 2 \cdot l + 1.$$

Einsetzen der rechten Seiten für die Variablen a und b liefert

$$\begin{aligned} a + b &= (2 \cdot k + 1) + (2 \cdot l + 1) \\ &\stackrel{\text{Umordnen}}{=} 2 \cdot k + 2 \cdot l + 2 \cdot 1 \stackrel{\text{Distributivgesetz}}{=} 2 \cdot (k + l + 1). \end{aligned}$$

Setzt man nun $m := k + l + 1$, so ist damit ist eine ganze Zahl m gefunden, für die $a + b = 2 \cdot m$ gilt. Also ist $a + b$ gerade.



Beispiel zur axiomatischen Methode (3)

Analog lassen sich die drei Aussagen des folgenden Satzes beweisen:

Satz 2

Sind a und b ganze Zahlen, so gilt:

- a** *Sind a und b gerade, so ist auch $a + b$ gerade.*
- b** *Ist a gerade und b ungerade, so ist $a + b$ ungerade.*
- c** *Ist a ungerade und b gerade, so ist $a + b$ ungerade.*



Anwendung der Sätze: Ziffernaufgabe

Ziffernaufgabe

(aus: *Grundschulunterricht Mathematik 3/2009 - Material extra*, CORNELSEN)

2. Bilde aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 drei dreistellige Zahlen so, dass aus der Summe von zwei Zahlen die dritte entsteht. Jede Ziffer darf nur einmal auftreten.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ + \quad 5 \\ \hline 9 \quad 7 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \quad 1 \\ + \\ \hline 2 \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad 5 \\ + \quad 3 \quad 9 \\ \quad \quad 1 \\ \hline 8 \quad 6 \end{array}$$



Lösungen zur Ziffernaufgabe

$$\begin{array}{r} 3 \ 1 \ 4 \\ + 6 \ 5 \ 8 \\ \hline 9 \ 7 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 4 \ 1 \\ + 5 \ 8 \ 6 \\ \hline 9 \ 2 \ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 5 \\ + 7 \ 3 \ 9 \\ \hline 8 \ 6 \ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 1 \ 8 \\ + 6 \ 5 \ 4 \\ \hline 9 \ 7 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 5 \ 8 \\ + 6 \ 1 \ 4 \\ \hline 9 \ 7 \ 2 \end{array}$$

„Ziffernflip“
($8=2^3$ Varianten)

Lösungen zur Ziffernaufgabe

$$\begin{array}{r} 3 \ 1 \ 4 \\ + 6 \ 5 \ 8 \\ \hline 9 \ 7 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 4 \ 1 \\ + 5 \ 8 \ 6 \\ \hline 9 \ 2 \ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 5 \\ + 7 \ 3 \ 9 \\ \hline 8 \ 6 \ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 1 \ 8 \\ + 6 \ 5 \ 4 \\ \hline 9 \ 7 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \ 4 \\ + 6 \ 5 \ 8 \\ \hline 7 \ 9 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 5 \ 1 \\ + 3 \ 9 \ 7 \\ \hline 6 \ 4 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 5 \ 8 \\ + 6 \ 1 \ 4 \\ \hline 9 \ 7 \ 2 \end{array}$$

„Ziffernflip“
($8=2^3$ Varianten)

„Blockverschiebung“
(2 Varianten)

Untereinander stehende Lösungen gehen durch **Ziffernflip** (1. Spalte) bzw.

Blockverschiebung (2./3. Spalte) auseinander hervor \leftrightarrow **KOMBINATORIK**

Auffälligkeiten zu den Lösungen der Ziffernaufgabe

Was fällt uns auf?

- **Es existiert eine Lösung** für die Ziffernaufgabe.
- Die Lösung ist **nicht eindeutig**, d.h., es gibt mehrere Lösungen.
- Manche Lösungen sind „verwandt“ zueinander, d.h., sie gehen auseinander hervor durch
 - „Ziffernflip“ oder
 - „Blockverschiebung“ \leftrightarrow **ÄQUIVALENZRELATION**
- Alle bisher gefundenen Lösungen haben genau einen Übertrag.

Frage 1: Ist das *immer so*?

- Die Quersumme der Summe aller obigen Lösungen ist 18.

Frage 2: Ist das *immer so*?

Notwendige Bedingungen der Lösungen der Ziffernaufgabe

Ziel: Beschreibung der Menge aller Lösungen.

Hierbei ist hilfreich zu wissen, dass die Lösungen durch folgende Eigenschaften charakterisiert sind \leftrightarrow **AUSSAGENLOGIK**

Behauptung 1

Jede Lösung der Ziffernaufgabe enthält genau einen Übertrag.

Behauptung 2

In jeder Lösung der Ziffernaufgabe hat die Summe die Quersumme 18.

Beweis von Behauptung 1 (Teil 1)

- Sechs mögl. Konfigurationen gerader (g) und ungerader (u) Zahlen in den ersten beiden Spalten einer Lösung (gemäß **Satz 1/2**):

T1	T2	T3	Ü1	Ü2	Ü3
g	g	u	g	g	u
g	u	u	g	u	u
			1	1	1
g	u	g	u	g	u

- Für die dritte Spalte sind nur T1, T2 und T3 möglich.
- Von den Ziffern von 1 bis 9 sind vier gerade (2,4,6,8) und fünf ungerade (1,3,5,7,9).
- Also können höchstens solche Kombinationen von drei Spalten eine Lösung liefern, in denen vier g's und fünf u's vorkommen.

Beweis von Behauptung 1 (Teil 2)

Ist die letzte Spalte vom Typ T1, so kommen für die ersten beiden Spalten nur die Kombinationen T2 & Ü3 oder T3 & Ü3 in Frage:

	T2 & Ü3	g
+	T3 & Ü3	g
		g

Also gibt es in genau einer der ersten beiden Spalten einen Übertrag!

Analog argumentiert man, wenn die dritte Spalte vom Typ T2 (links) bzw. vom Typ T3 (rechts) ist:

	T1 & Ü3 T2 & Ü1	g
+	T2 & Ü2 T3 & Ü1	u
	T3 & Ü2	
		u

	T1 & Ü3 T2 & Ü1	u
+	T2 & Ü2 T3 & Ü1	u
	T3 & Ü2	
		g

Zusammenfassung zur Ziffernaufgabe

Mit **Behauptung 1** lässt sich auch **Behauptung 2** einfach beweisen!

Was bringt das? Nur noch alle Zerlegungen der 18 in drei verschiedene Summanden aus der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ daraufhin untersuchen, ob sie Ziffern der Summe einer Lösung sind:

189	198	819	891	918	981
279	297	729	792	927	972
369	396	639	693	936	963
378	387	738	783	837	873
459	495	549	594	945	954
468	486	648	684	846	864
567	576	657	675	756	765

- **rot**: Zahl stellt keine Summe einer Lösung dar.
- **grün (20 Felder)**: Zahl stellt Summe von 8 Lösungen dar, die durch Ziffernflip auseinanderhervorgehen.
- **blau (11 Felder)**: Zahl stellt Summe von 16 Lösungen dar, von denen jeweils 8 durch Ziffernflip auseinanderhervorgehen.

Fazit: Es gibt $20 \cdot 8 + 11 \cdot 16 = 336$ Lösungen, von denen $20 + 2 \cdot 11 = 42$ „wesentlich voneinander verschieden“ sind.

Beim Studium der Mathematik geht es um ...

- Abstraktion
- Erkennen und Studieren von Strukturen
- Kreativität, Schönheit
- allgemeine - aber doch genaue - Beschreibungen und Untersuchungen realer Phänomene



Hilfreich sind...

- Neugier
- Freude am Knobeln und „selber machen“ (selbstständig denken)
- Freude an Abstraktion und Logik
- Freude an einer kompakten und präzisen Sprache (Formalisierung)
- Genauigkeit und Durchhaltevermögen
- Bereitschaft, sich wieder und wieder auf neue Probleme und Konzepte einzulassen
- Anstrengungsbereitschaft
- Kommunikationsfähigkeit

Inhalt

- 1 Allgemeine Informationen zur Lehramtsausbildung
- 2 **Spezielle Informationen zu dem Unterrichtsfach Mathematik**
 - Studienziele im Teilstudiengang Mathematik
 - Wie „geht“ Mathematik?
 - Bachelor-Studienpläne für den Teilstudiengang Mathematik
- 3 Starthilfen, Informationsveranstaltungen und Links



Studienplan Mathematik Bachelor LAGS/LAS-G (27LP)

Sem.	Modul
1	Einführung in das mathematische Denken und Arbeiten parallel in Erziehungswissenschaft: Fachdidaktik Mathematik Grundschule
2	Grundkonzepte der Arithmetik
3	Grundkonzepte der Geometrie
4	Grundkonzepte der diskreten Mathematik und des stochastischen Denkens
5	<i>Wahlpflichtmodul: Proseminar, Einführung in Mathematische Software oder Tutorentätigkeit (3LP)</i>
6	(ggf. Abschlussmodul)

Studienplan Mathematik Bachelor LASeK (60LP)

Sem.	Modul
1	Mathematik I
2	Mathematik II Softwarekurs
3	Mathematik III
4	Mathematik IV <i>Wahlpflichtmodul (3LP)</i>
5	<i>Wahlpflichtmodule (9 und 3LP)</i>
6	<i>Wahlpflichtmodul (6LP)</i> (ggf. Abschlussmodul)

Im 4. oder 5. Semester ist eine **Kooperation** mit der Fachdidaktik Mathematik vorgesehen.

Studienplan Mathematik Bachelor LAB/LAS-Sek (42LP)

Sem.	Modul
1	Mathematik I
2	Mathematik II
3	Mathematik III
4	Mathematik IV
5	<i>Wahlpflichtmodul (6LP)</i>
6	(ggf. Abschlussmodul)

Im 5. Semester ist eine **Kooperation** mit der Fachdidaktik Mathematik vorgesehen.

Mögliche Wahlpflichtmodule für LASek/LAB/LAS-Sek

- Höhere Analysis
- Numerische Mathematik
- Mathematische Stochastik
- Algebra
- Diskrete Mathematik
- Geometrie
- Funktionentheorie
- Gew. DGL und Dyn. Systeme
- Einf. in die Math. Modellierung
- Programmierkurs
- Topologie
- Grundbegr. der Math. Logik und Modelltheorie
- Differentialgeometrie
- Funktionalanalysis
- Approximation
- Optimierung
- Maßtheoretische Konzepte der Stochastik
- Mathematische Statistik
- Praktische Statistik
- Stochastische Prozesse
- Risikotheorie

Inhalt

- 1 Allgemeine Informationen zur Lehramtsausbildung
- 2 Spezielle Informationen zu dem Unterrichtsfach Mathematik
 - Studienziele im Teilstudiengang Mathematik
 - Wie „geht“ Mathematik?
 - Bachelor-Studienpläne für den Teilstudiengang Mathematik
- 3 Starthilfen, Informationsveranstaltungen und Links

Starthilfen des Fachbereichs Mathematik

- **Orientierungseinheit:** Informationen rund ums Studium, Hilfe bei der Umstellung von Schule auf Uni, Kennenlernen der Kommilitoninnen und Kommilitonen, Besichtigung der Uni und wichtiger Einrichtungen (ca. 7 Tage, im Anschluss an den Vorkurs; siehe <https://www.math.uni-hamburg.de/oe/>)
- **Nur für LASEk, LAB und LAS-Sek:**
Vorkurs: Wiederholung und Vertiefung des Schulstoffs (Beginn im September)

Achtung: Beide Veranstaltungen sind freiwillig und finden **vor** Vorlesungsbeginn statt – **Anmeldung ist nach Immatrikulation möglich!**

Wichtig

- **Achtung:** Zulassung für alle Lehramtsstudiengänge nur zum Wintersemester!
- **Bewerbungszeitraum:** 01. Juni bis 15. Juli
- Bewerbung **online!**



Online-Hilfen

- MINTFIT-Mathe-Test
<http://www.mintfit.hamburg/>
- Online Mathematik Brückenkurs OMB+
<https://www.ombplus.de/>
- viaMINT
<https://viamint.haw-hamburg.de/>



Veranstaltungsangebote

- **Girls Go Math:** Samstag, 18.4.2020, 13 bis 18 Uhr, Bundesstraße 55; Anmeldung unter www.min.uni-hamburg.de/min-schulportal/angebote/fuer-schuelerinnen/girls-go-math.html
- **Tag der Mathematik:** findet voraussichtlich im Herbst 2020 wieder statt
- **Gruppenberatung für Studieninteressierte:** ca. 3-wöchentlich, **Anmeldung nötig** unter www.uni-hamburg.de/campuscenter/studienorientierung/gruppenberatung.html

Webseiten

- **Laufbahnberatung für Lehrer/innen (Career Counseling for Teachers):** www.cct-germany.de
- **Studienkompass der UHH für das Lehramt an Grundschulen:**
www.studienkompass-grundschule.uni-hamburg.de
- **SeLF** - Selbsterkundung zum Lehrerberuf mit Filmimpulsen:
www.self.mzl.lmu.de/
- **Informationsportal Lehramt UHH:**
www.lehramt.uni-hamburg.de
- **Campus-Center** ↔ Studienorientierung: www.uni-hamburg.de/campuscenter/studienorientierung.html
- **ZLH** - Zentrum für Lehrerbildung HH: www.zlh-hamburg.de
- **ZPLA** - Zentrales Prüfungsamt für Lehramtsprüfungen:
www.uni-hamburg.de/zpla.html

Unitage-Veranstaltungen

- **Informationsstand der Fak. für Erziehungswiss. und des ZLH zum Lehramtsstudium** Von-Melle-Park 8, Inforaum R 05
- **Lehramt für Sonderpädagogik studieren** Prof. Dr. G. Ricken, 10 und 14 Uhr, Von-Melle-Park 8, Anna-Siemsen-Hörsaal
- **MINTFIT: Onlineangebote für einen erfolgreichen Start in ein MINT-Studium** Dr. U. C. Müller, 11 Uhr, Bundesstraße 45, Hörsaal TMC
- **Lehramt an Grundschulen studieren an der UHH** Prof. Dr. T. Trautmann, 12 Uhr, Von-Melle-Park 8, Anna-Siemsen-Hörsaal
- **Lehramt Sekundarstufe I und II (Stadtteilschulen und Gymnasien) studieren** Prof. Dr. S. Sprenger, 13 Uhr, Von-Melle-Park 8, Anna-Siemsen-Hörsaal