



Übungen zu ‘Mathematik II (Elementare Lineare Algebra)’

Blatt 3

Nathan Bowler

A: Präsenzaufgaben am 22. April

1. *Matrixaddition, Transposition und skalare Multiplikation*

Wir betrachten die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Matrix $3A - A^T$.

2. *Matrixmultiplikation*

Berechnen Sie das Produkt AB der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -4 \\ 2 & 6 & -4 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. *Matrixmultiplikation ist nicht kommutativ*

Geben Sie ein Beispiel dafür, dass Multiplikation von quadratischen Matrizen nicht kommutativ ist. Das heißt: Finden Sie zwei quadratische Matrizen A und B , sodass $AB \neq BA$.

B: Aufgaben zum 29. April

Wir betrachten die folgenden 5 Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, D = (4 \ 3 \ -1), \text{ und } E = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

1. *Linearkombinationen, Gleichungssysteme lösen*

Ist die Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

eine Linearkombination von B und C ?

2. *Matrixmultiplikation*

Entscheiden Sie, ob die folgenden Produkte definiert sind und berechnen Sie diese, falls sie existieren: $AA, BB, AD, DA, AE, EA, DE, ED$.

3. *Assoziativität*

Bestätigen Sie für die Matrizen A, B und C die Gültigkeit des Assoziativgesetzes $A(BC) = (AB)C$.

4. *Distributivität*

Bestätigen Sie für die Matrizen A, B und C die Gültigkeit des Distributivgesetzes $A(B + C) = AB + AC$.

5. *Multiplikation, Transposition*

Bestätigen Sie, dass $(AB)^T = B^T A^T$.