Graphentheorie I: Übungsblatt 11

1. Zeigen Sie, dass es keinen universellen zusammenhängenden lokal endlichen Graphen für die Relation 'Teilgraph von' gibt.

2. Konstruieren Sie einen universellen zusammenhängenden lokal endlichen Graphen für die Relation 'Minor von'. Gibt es einen für die Relation 'topologischer Minor von'?

3. Zeigen Sie für jedes $k \in \mathbb{N}$, dass es ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, sodass es für jede Färbung von $\{1 \dots n\}$ mit k Farben Zahlen x, y und z derselben Farbe gibt mit $x + y = z$.

4. Skizzieren Sie einen Beweis davon, dass es für jede natürliche Zahl k eine natürliche Zahl n gibt, sodass jede Menge von n Punkte in der Ebene, wovon keine drei auf einer gemeinsamen Gerade liegen, eine konvexe Teilmenge der Größe k hat.

5. (a) Zeigen Sie für natürliche Zahlen r und s, dass es eine Zahl n gibt, sodass jede Folge von n verschiedenen reelen Zahlen eine steigende Teilfolge der Länge r oder eine fallende Teilfolge der Länge s enthält.

   (b)$^+$ Zeigen Sie, dass die kleinste solche Zahl n gleich $(r-1)(s-1)+1$ ist.