Graphentheorie I: Übungsblatt 12

1. Einen orientierten vollständigen Graphen nennt man ein *Turnier.* Zeigen Sie, dass jedes Turnier einen (gerichteten) Hamiltonweg enthält.

2. Zeigen Sie, dass jeder eindeutig 3-kantenfarbbare kubische Graph einen Hamiltonkreis hat. ('Eindeutig' soll heißen, dass alle 3-Kantenfärbungen die gleiche Kantenpartition induzieren.)

3. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Verschärfung von Proposition 8.1.2: jeder k-zusammenhängende Graph G mit $|G| \geq 3$ und $\chi(G) \geq |G|/k$ hat einen Hamiltonkreis.

4^+ Zeigen Sie, dass jede Kante eines Graphen G auf einer geraden Anzahl von Hamiltonkreisen liegt, wenn alle Ecken von G ungeraden Grad haben.
(Tip: Es sei $xy \in E(G)$ gegeben. Die Hamiltonkreise durch xy entsprechen den Hamiltonwegen in $G-xy$ von x nach y. Betrachten Sie die Menge $\mathcal{H}$ *aller* in x beginnenden Hamiltonwege in $G - xy$ und zeigen Sie, dass eine gerade Anzahl davon in y endet. Definieren Sie dazu einen geeigneten Graphen auf $\mathcal{H}$, sodass die gewünschte Aussage aus Proposition 0.2.1 folgt.)