



ÜBUNGSBLATT 1

Die Besprechung der Aufgaben findet in den Übungen am **25. Oktober** statt.

Ein Kreis $C \subseteq G$ heißt *geodätisch* in G , wenn für je zwei Ecken von C ihr Abstand in G nicht kürzer ist als ihr Abstand in C .

AUFGABE 1. Beweise, dass der Zyklenraum aufgespannt wird durch

- (i) seine induzierten Kreise;
- (ii) seine geodätischen Kreise.

AUFGABE 2. Beweise, dass die Kreise und Schnitte eines Graphen zusammen seinen ganzen Kantenraum erzeugen, oder finde ein Gegenbeispiel.

AUFGABE 3. Zeige, dass in einem zusammenhängenden Graphen die Kantenmengen, die minimal sind mit der Eigenschaft, aus jedem Spannbaum eine Kante zu enthalten, genau seine Minimalschnitte sind.

AUFGABE 4. Sei F eine Kantenmenge in einem Graphen G .

- (i) Zeige, dass F sich genau dann zu einem Element von $\mathcal{B}(G)$ erweitern lässt, wenn es keinen ungeraden Kreis enthält.
- (ii)⁺ Zeige, dass F sich genau dann zu einem Element von $\mathcal{C}(G)$ erweitern lässt, wenn es keinen ungeraden Schnitt enthält.

AUFGABE 5.⁺ Beweise den Satz von Gallai, dass man die Kantenmenge eines Graphen G stets als disjunkte Vereinigung $E(G) = C \cup D$ mit $C \in \mathcal{C}(G)$ und $D \in \mathcal{B}(G)$ schreiben kann.