Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zu 'Graph Minors'
Blatt 1
Nathan Bowler

1. Sei $\mathcal{G}$ eine Klasse von Graphen ohne K^t-Minoren. Zeige, dass die Graphen in $\leq k$-sum($\mathcal{G}$) auch keine K^t-minoren haben.

2. Sei $\mathcal{G}$ eine Klasse von Graphen. Zeige, dass ein Graph genau dann in $\leq k$-sum($\mathcal{G}$) liegt, wenn er eine Baumzerlegung von Adhäsion $\leq k$ besitzt, in der jeder Torso in $\mathcal{G}$ liegt.

3. Sei $G_{k,d}$ der Graph, der aus dem $k \times k$-Gitter entsteht, indem man einen Wirbel der Breite d entlang den äußeren Kreis einfügt. Zeige, dass es zu jedem d ein $f(d)$ gibt, sodass kein $G_{k,d}$ ein $K^{f(d)}$-Minor hat.

4. (a) Zeige, dass je Zwei Wege maximaler Länge in einem zusammenhängenden Graphen sich treffen. Folgere daraus, dass Löschen eines maximalen Weges aus einem zusammenhängenden Graphen die Länge von maximalen Wegen reduziert.

   (b) Zeige, dass es zu jedem k ein $f(k)$ gibt, sodass jeder zusammenhängende Graph ohne Wege der Länge k eine Baumzerlegung $(T, \mathcal{V})$ von Baumweite $\leq f(k)$ hat, sodass T Durchmesser $\leq f(k)$ hat.

   (c) Zeige, dass es zu jedem k ein $g(k)$ gibt, mit folgender Eigenschaft: Sei G ein Graph mit einer Baumzerlegung $(T, \mathcal{V})$ von Baumweite $\leq k$ in der T Durchmesser $\leq k$ hat. Dann enthält G kein Weg der Länge $g(k)$.