Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zu 'Graph Minors'
Blatt 5
Nathan Bowler

1. Sei G ein Graph und sei C ein Kreis in G. Sei T ein Theta in G, das aus den 3 Wegen P_1, P_2 und P_3, die einander nur in ihren Endecken treffen. Angenommen es gibt disjunkte $(T - C)$-Wege Q_1, Q_2, Q_3 und Q_4 in G, sodass für $i \leq 3$ der Weg Q_i an einer inneren Ecke von P_i anfängt. Zeige, dass G ein C-Kreuz enthält.

2. Sei H ein plättbarer Graph. Zeige, dass es $\theta \in \mathbb{N}$ und eine Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt, sodass jeder Graph, der eine θ-zusammenhängende Menge der Größe $f(n)$ enthält, auch n disjunkte H-Minoren oder einen $K_{n,|H|}$-Minor enthält.

3. Zeige, dass es einen Algorithmus gibt, um in Polnomzeit in n zu entscheiden, ob es in einem Graphen G mit $\{s_1, s_2, t_1, t_2\} \subseteq V(G)$ und $|V(G)| = n$ disjunkte Wege P_1 von s_1 nach t_1 und P_2 von s_2 nach t_2 gibt. [Du kannst annehmen, dass es einen Algorithmus gibt, der in einem Graphen G mit n Ecken und mit zwei gegebenen Eckenmengen E und F in Polynomzeit in n entweder 4 disjunkte $(E - F)$-Wege in G oder eine ≤ 3-Separation (A, B) von G findet, mit $E \subseteq A$ und $F \subseteq B$.]

4. Sei G ein Graph und sei C ein Kreis in G. Zeige, dass G genau dann C-kreuzfrei ist, wenn es eine Baumzerlegung $(S, \mathcal{V})$ von Adhäsion ≤ 3 von G gibt, sodass S ein Stern ist, und der Torso am Zentrum von S auf so einer Weise Plättbar ist, dass C der äußere Kreis ist.