Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zu 'Graph Minors'
Blatt 9
Nathan Bowler

Sei M eine Masche in einem Graphen G, und sei N ein Teilgraph von M, der eine Vereinigung von Quadraten von M ist. Wir nennen eine Verzweigungsmenge von M eine *Randmenge* von N falls sie ein Quadrat in N trifft und auch ein nicht in N enthaltenes Quadrat oder den äußeren Kreis von M trifft. Falls es einen Kreis gibt, der unter den Verzweigungsmengen genau die Randmengen von N trifft, so nennen wir ihn $A(N)$, den *äußeren Kreis von* N. Unter diesen Umständen, sei $I(N)$ die Vereinigung aller N-Brücken in G mit mindestens einem Fuß, der nicht auf $C(M)$ liegt. Wir nennen N *eben* falls $I(M)$ plättbar ist.

1. Seien $H, G_1, G_2, \ldots, G_k$ Teilgraphen eines Graphen G, sodass:

   (a) H und die G_i sind Unterteilungen von 3-zusammenhängenden Graphen.

   (b) Jedes G_i ist die Vereinigung von H mit irgendwelchen H-Brücken in G.

   (c) Jeder Graph $G_i \cup G_j$ ist plättbar.

   (d) G ist die Vereinigung von allen G_i.

   Zeige, dass auch G plättbar ist.

2*. War Bedingung (b) in Aufgabe 1 wirklich nötig?

3. Sei G ein 3-zusammenhängender Graph und sei $H \subseteq G$ eine Unterteilung eines 3-zusammenhängenden Graphen und (A, B) eine Separation von H, sodass jede Ecke von $A \cap B$ Grad mindestens 3 in H hat. Sei G' die Vereinigung von H mit allen H-Brücken, die mindestens einen Fuß in $B \setminus A$ haben. Zeige, dass auch G' eine Unterteilung eines 3-zusammenhängenden Graphen ist.

4. Sei M eine Masche in einem 3-zusammenhängenden Graphen G und seien M_1 und M_2 ebene Teilmaschen von M der Größe mindestens 6×6, sodass jedes Quadrat von M_1 oder M_2 auch ein Quadrat von M ist. Sei M_i' das 2-Inneres von M_i. Zeige, dass $M_1' \cup M_2'$ eben ist. (Ihr dürft frühere Aufgaben benutzen).