Unendliche Matroidentheorie: Übungsblatt 11

1. Seien $\{A, B\}$ und $\{C, D\}$ propere Separationen.

   (a) Beweise, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

      i. $(A, B) \leq (C, D)$

      ii. $A \subseteq C$

      iii. $A \setminus B \subseteq C \setminus D$

   (b) Angenommen $A \setminus B$ ist zusammenhängend und trifft nicht $C \cap D$. Beweise, dass $\{A, B\}$ und $\{C, D\}$ geschachtelt sind.

2. Seien v und w ecken eines Graphen G, und sei $k \in \mathbb{N}$. Beweise, dass es nur endlich viele $\subseteq$-minimale v von w trennende Mengen der Ordnung $\leq k$ gibt.

3. Sei $\{A, B\}$ eine Separation der Ordnung $\leq k$ und sei $\{C, D\}$ eine tighte Separation, sodass $G - (C \cap D)$ mindestens $k + 1$ Komponente hat. Beweise, dass $(C \cap D) \setminus A$ oder $(C \cap D) \setminus B$ leer ist.

4* Eine geschachtelte Menge $\mathcal{N}$ von Separationen heißt *Baumartig* falls es keine echt steigende unendliche Folge von Orientationen von Elementen von $\mathcal{N}$ gibt, die alle unterhalb einer anderen Orientation eines Elements von $\mathcal{N}$ liegen. Finde einen Graphen, sodass es keine baumartige geschachtelte Menge von Separationen gibt, die alle Paaren von Enden effizient trennt.