Unendliche Matroidentheorie Übungsblatt 7

1. Sei M ein Matroid, wovon $\emptyset$ keine Basis ist. Beweise, dass auch M^- ein Matroid ist.

2. Sei M ein Matroid mit mindestens 2 Kreise, sodass es in M einen Kreis C und eine Basis B gibt, mit $C \setminus B$ unendlich. Beweise, dass M^+ wild ist.

3. Sei M ein zahmer Matroid, sei C ein Kreis und D ein Kokreis von M und sei X eine endliche Teilmenge von $E(M)$. Beweise, dass M einen endlichen Minor M' hat, der einen Kreis C' und einen Kokreis D' hat, sodass $C \cap X \subseteq C' \subseteq C$ und $D \cap X \subseteq D' \subseteq D$.

4.* Sei G ein endlich trennbarer Graph. Muss jeder topologische Kreis in $|G|$ einen Kreis oder einen Strahl enthalten? Beweise es, oder finde ein Gegenbeispiel.

Hinweis

In Übung 3: Betrachte für je 2 verschiedene Elemente x, y von $C \cap X$ einen Kokreis $D_{x,y}$ mit $C \cap D_{x,y} = \{x, y\}$ und für je 2 verschieden Elemente z, t von $D \cap X$ einen Kreis $C_{z,t}$ mit $C_{z,t} \cap D = \{z, t\}$. Beweise, dass

$$\left(C \cup \bigcup_{z,t} C_{z,t}\right) \cap \left(D \cup \bigcup_{x,y} D_{x,y}\right)$$

endlich ist, und benutze diese Menge als die Grundmenge von M'.