Prof. Roland Gunesch Sommersemester 2005

Übungen zur Vorlesung
Einführung in dynamische Systeme
Blatt 2

Aufgabe 1:
In welchen der folgenden Fälle ist $x = 0$ (i) Poisson-stabil, (ii) asymptotisch stabil? (Begründung erforderlich.)

a) $f(x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x$ b) $\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1/2 \\ -1/2 & -1 \end{pmatrix} x$

c) $f(x) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} x, \quad \theta \in [0, 2\pi).$

Aufgabe 2:
Wie verhalten sich die Orbits folgender diskreter Abbildungen im $\mathbb{R}^2$?
Ein Phasenportrait ist zu zeichnen (bitte Koordinatenrichtungen angeben).

a) $x \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x$ b) $x \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x.$

Aufgabe 3:
Wie verhalten sich die Orbits folgender Differentialgleichungen im $\mathbb{R}^2$?
Ein Phasenportrait ist zu zeichnen (bitte Koordinatenrichtungen angeben).

a) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x$ b) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x.$

Aufgabe 4:
Sei $f : [0,1] \to [0,1], \ f(x) := kx(1-x), \ k \in [0,4].$

a) Welche Fixpunkte hat f? Welche sind (in einer Umgebung) anziehend bzw. abstoßend?

b) Zu zeigen: Für $1 < k \leq 2$ konvergieren alle Orbits gegen einen Fixpunkt.

Tipp: Auf dem Intervall, auf dem f monoton steigt, ist das Verhalten leicht zu analysieren. Vom Rest des Definitionsbereichs wird ein Teil in dieses Intervall abgebildet und ein Teil muss getrennt analysiert werden.

Abgabe: Montag, 25.4.2005 in der Vorlesung