Übungen zur Vorlesung
Einführung in dynamische Systeme
Blatt 5

Aufgabe 1:
Sei $a \in \mathbb{R}^n$, $a_1 \neq 0$ und der Fluss φ auf $\mathbb{T}^n$ definiert durch

$$\varphi_t([x]) := [x + ta].$$

Sei

$$S := \{[y] : y_1 = 0\}.$$

a) Wie groß ist für $x \in S$ die Wiederkehr-Zeit $\tau(x) = \min\{t > 0 : \varphi_t(x) \in S\}$?

b) Bestimmen Sie die Poincaré-Abbildung auf S.

c) Für welche a hat der Fluss periodische Orbits? Welche? Mit welcher Periode?

Aufgabe 2:
Sei $a \in \mathbb{R}^n$ und die Abbildung f auf $\mathbb{T}^n$ definiert durch

$$f([x]) := [x + a].$$

Für welche a hat die Abbildung periodische Orbits? Welche? Mit welcher Periode?
(Vorsicht: Dies ist nicht dasselbe wie in der vorigen Aufgabe.)

Aufgabe 3:
Sei φ ein Fluss, S ein (globaler) Schnitt von φ, und P die Poincaré-Abbildung auf S. Zu beweisen oder widerlegen:

a) Jedes periodische Orbit von φ enthält einen Fixpunkt von P.

b) Jedes periodische Orbit von φ enthält ein periodisches Orbit von P.

c) Jedes periodische Orbit von P ist enthalten in einem periodischen Orbit von φ.

Aufgabe 4:
Sei $f : U \to U$ ein Diffeomorphismus, U offen in $\mathbb{R}^n$. Zu zeigen: Die Formel für die **Suspension** von f, nämlich

$$\psi_t([(x,\theta)]) := [(f^{\lfloor t+\theta \rfloor}(x), t + \theta - \lfloor t + \theta \rfloor)]$$

mit $\lfloor a \rfloor := \max\{k \in \mathbb{Z} : k \leq a\}$ definiert einen Fluss (d.h. $\psi_0 =$id, $\psi_{s+t} = \psi_s \circ \psi_t$ für alle $s, t \in \mathbb{R}$). Der Fluss ist definiert auf $(U \times [0,1])/\sim$, wobei

$$(x, 1) \sim (f(x), 0).$$

Abgabe: Montag, 23.5.2005 in der Vorlesung