Spektralzerlegung

Erinnerung: $\overline{Per(f)} \subset NW(f)$ gilt immer.

DEFINITION. Ein Diffeomorphismus f erfüllt **Axiom A**, wenn gilt:

(1) Die Menge $NW(f)$ ist hyperbolisch,
(2) $\overline{Per(f)} = NW(f)$.

THEOREM. ***Spektralzerlegungssatz:***
Wenn f ein Axiom-A-Diffeomorphismus ist, dann gibt es eine eindeutig bestimmte Zerlegung

$$NW(f) = \Lambda_1 \cup \cdots \cup \Lambda_N$$

von $NW(f)$ in disjunkte f-invariante Mengen, so dass gilt:

(1) *jedes Λ_i ist eine lokal maximale hyperbolische Menge für Λ,*
(2) *f ist auf jeder Menge Λ_i topologisch transitiv,*
(3) *jedes Λ_i ist disjunkte Vereinigung von geschlossenen Mengen*

$$\Lambda_i^1 \cup \cdots \cup \Lambda_i^{n(i)} = \Lambda_i,$$

so dass f die Mengen $\Lambda_i^1, \ldots, \Lambda_i^{n(i)}$ zyklisch permutiert und so dass $f^{n(i)}$ auf jedem Λ_i^j topologisch mischend ist.

Die Mengen $\Lambda_1, \ldots, \Lambda_N$ sind „elementare" Mengen für die Dynamik von f. Sie haben die Eigenschaft, dass sie die Abschlüsse der Äquivalenzklassen folgender Äquivalenzrelation sind: $x, y \in M$ sind äquivalent, wenn $W^s(O(x))$ und $W^u(O(y))$ sich transversal schneiden und außerdem $W^s(O(y))$ und $W^u(O(x))$ sich transversal schneiden.