Prof. Roland Gunesch Wintersemester 2008-09

Übungen zur Vorlesung

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme II

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1:
Finden Sie alle Ruhelagen der Differentialgleichung

$$\frac{du}{dt} = \begin{cases} e^{-\left(\frac{\pi}{2}+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{(i!)!}u^{2i}+42u^{1024}\right)}\sin\left(\frac{1}{u}\right) & \text{für } u \neq 0 \\ 0 & \text{für } u = 0 \end{cases}$$

und beschreiben Sie, welche davon stabil sind, welche anziehend sind und welche abstoßend sind.

Aufgabe 2:
Sei $f : S^1 \to S^1$ ein orientierungserhaltender Kreishomöomorphismus mit Rotationszahl p/q. Zeigen Sie:

a) Für jedes $x \in S^1$ gibt es $x_+, x_- \in S^1$, so dass das Orbit von x unter f^q gegen x_+ konvergiert und das Orbit von x unter f^{-q} gegen x_- konvergiert.

b) Beweisen oder widerlegen Sie: Wenn f mindestens zwei disjunkte periodische Orbits hat, dann liegen x_+und x_- stets auf disjunkten periodischen Orbits von f.

Aufgabe 3:
Sei $f : S^1 \to S^1$ ein orientierungserhaltender Kreishomöomorphismus mit einem periodischen Orbit der Periode k.

a) Welche Werte kann dann die Rotationszahl von f haben?

b) Kann f^n für $n \neq k$ einen Fixpunkt haben?

Aufgabe 4:
Sei φ ein Fluss auf X oder $f : X \to X$ eine Abbildung. Eine abgeschlossene Menge $A \subset X$ heißt **minimal**, wenn für jedes $x \in A$ gilt, dass A gleich dem Abschluss des Orbits von x ist. Zeigen Sie: Wenn A und B abgeschlossene minimale Teilmengen von X sind, dann sind A und B gleich oder disjunkt.

Abgabe: 4.11.2008 in der Vorlesung