Prof. Roland Gunesch Wintersemester 2008-09

Übungen zur Vorlesung

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme II

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 1:
a) Finden Sie einen Homöomorphismus eines vollständigen metrischen Raums, der ein dichtes Orbit hat, aber dessen Semiorbits $(f^n x)_{n\in\mathbb{N}}$, $(f^{-n} x)_{n\in\mathbb{N}}$ alle nicht dicht sind.

b) Finden Sie einen Homöomorphismus eines *kompakten* metrischen Raums, der ein dichtes Orbit hat, aber dessen Semiorbits $(f^n x)_{n\in\mathbb{N}}$, $(f^{-n} x)_{n\in\mathbb{N}}$ alle nicht dicht sind.

Aufgabe 2:
Zeigen Sie: Für irrationales ρ ist die Kreisrotation Rot_ρ minimal, d.h. jedes Orbit ist dicht.

Aufgabe 3:
Sei f ein orientierungserhaltender Kreishomöomorphismus mit irrationaler Rotationszahl. Zeigen Sie: Der Kreishomöomorphismus, welcher f mit Rot_ρ konjugiert, ist eindeutig bis auf Rotation. D.h. wenn

$$\mathrm{Rot}_\rho = h^{-1} \circ f \circ h = \hat{h}^{-1} \circ f \circ \hat{h},$$

dann ist $\hat{h} \circ h^{-1}$ eine Rotation.

Aufgabe 4: Seien f und g orientierungserhaltende Kreishomöomorphismen mit derselben rationalen Rotationszahl, ohne semistabile Fixpunkte, und mit derselben Zahl von periodischen Orbits. Zeigen Sie:
a) f und g sind zueinander konjugiert.

b) Die Zahl der periodischen Orbits ist gerade.

Abgabe: 18.11.2008 in der Vorlesung