Prof. Roland Gunesch Wintersemester 2008-09

Übungen zur Vorlesung

Gewöhnliche Differentialgleichungen und Dynamische Systeme II

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1:
Zeigen Sie: Wenn $f : X \to X$ ein Homöomorphismus eines kompakten metrischen Raums ist und die **Spezifikationseigenschaft** hat, dann ist f topologisch mischend.

Aufgabe 2:
Zeigen Sie: Es gibt keine Isometrie einer riemannschen Mannigfaltigkeit (von Dimension mindestens 1), die die Beschattungseigenschaft hat.

Aufgabe 3:
a) Zeigen Sie: Für genügend kleines $\varepsilon > 0$ ist der Torus-Automorphismus

$$f(x, y) = (2x + y + \varepsilon \cos(2\pi x), x + y + \varepsilon \sin(2\pi x)) \pmod 1$$

ein **Anosov**-Diffeomorphismus.

b) Geben Sie explizit eine Zahl $c > 0$ an, so dass die Aussage von Teil (a) für alle $\varepsilon \in (-c, c)$ gilt, und beweisen Sie dies. Tipp: Kegelbedingungen.

Aufgabe 4:
Sei Λ die hyperbolische Menge für die G-förmige Hufeisen-Büroklammer $f : U \to M$, mit

$$f = \begin{cases} (3x, y/3) & x \leq 4/10 \\ (3x - 2, y/3 + 2/3) & x \geq 6/10, \end{cases}$$

$U =$ offene $\frac{1}{20}$-Umgebung von $[0, 1] \times ([0, 1/3] \cup [2/3, 1])$, und $M = \mathbb{R}^2$.

a) Zeigen Sie: Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gibt es eine **Markov-Partition** von Λ mit n Elementen.

b) Bestimmen Sie für 3 verschiedene Werte von n die Matrix A, so dass f ein Faktor des Markov-Shifts σ_A ist. Entscheiden Sie, ob die Semikonjugation hier eine Konjugation ist.

Abgabe: 19.12.2008 in der Vorlesung