

## Übungen zur Vorlesung Funktionalanalysis

Blatt 7

Abgabetermin: 17.12.2007 vor der Übung

**Aufgabe 1:** (6 Punkte) (Dualraum von  $l^p(\mathbb{K})$ , Literaturlaufgabe). Weisen Sie nach, dass für  $1 \leq p < \infty$

$$l^p(\mathbb{K})' = l^q(\mathbb{K}),$$

wobei  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  erfüllt sei. Tipp: Betrachten Sie  $T : l^q(\mathbb{K}) \rightarrow l^p(\mathbb{K})'$ ,

$$\langle Ty, x \rangle_{l^p(\mathbb{K})', l^p(\mathbb{K})} := \sum_{k=1}^{\infty} x_k \overline{y_k}.$$

**Aufgabe 2:** (6 Punkte) Charakterisieren Sie  $c'_0$ , wobei

$$c_0 := \{x \in l^\infty(\mathbb{K}); \lim_{i \rightarrow \infty} x_i = 0\}.$$

Herauskommen wird  $c'_0 = l^1(\mathbb{K})$ , also  $l^\infty(\mathbb{K})' \neq l^1(\mathbb{K})$ !

**Aufgabe 3:** (4 Punkte) (Adjungierte Abbildung). Seien  $X, Y$  normierte Räume und  $T \in L(X, Y)$ . Weisen Sie nach, dass der Operator  $T' : Y' \rightarrow X'$  definiert durch

$$\langle T'y', x \rangle_{X', X} := \langle y', Tx \rangle_{Y', Y}$$

ein Element aus  $L(Y', X')$  darstellt.

**Aufgabe 4:** (4 Punkte) Charakterisieren Sie  $K'$ , wobei mit  $k \in L^2(\Omega \times \Omega)$

$$K : L^2(\Omega) \rightarrow L^2(\Omega); \quad (Kf)(x) := \int_{\Omega} k(x, y)f(y)dy \text{ für fast alle } x \in \Omega.$$