

Blatt 3

Übung 3.1 (4 Punkte)

1. Beweisen Sie das Kontrapositionsgesetz

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((\neg B) \Rightarrow (\neg A))$$

durch eine Wahrheitstafel.

2. Zeigen Sie die beiden Aussagen

$$(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$$

und

$$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

und geben Sie eine Interpretation an.

Übung 3.2 (6 Punkte)

Formalisieren und verneinen Sie die folgenden Aussagen. In der formalen Verneinung sollten alle Quantoren links des Symbols \neg stehen.

1. “Es gibt Menschen, die an jedem etwas auszusetzen haben.”
2. “Peter hat keine Geschwister.” (Verwenden Sie hierfür nur das Prädikat $P(x, y)$, mit der Bedeutung x ist Elternteil von y .)
3. “Wenn ich das Geld nicht nehme, nimmt es jemand anderes.”

Übung 3.3 (2 Punkte)

Übersetzen Sie die folgende formale Aussage in einen deutschen Satz. Ist sie wahr?

$$\forall m \in \mathbb{N} \exists n \in \mathbb{N} \forall a, b \in \mathbb{N} : m \leq n \wedge (a = 1 \vee b = 1 \vee ab \neq n)$$

Übung 3.4 (4 Punkte)

Seien A, B, C Mengen mit $A, B \subset C$. Zeigen Sie

$$(C \setminus (A \cup B)) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$$

und

$$(C \setminus (A \cap B)) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$$

Übung 3.5 (2 Punkte)

Sei M eine Menge und seien A_i Teilmengen von M für alle $i \in \mathbb{N}$, so dass für jedes n gilt $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset$. Muss gelten $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \neq \emptyset$?

Geben Sie einen Beweis oder ein Gegenbeispiel.

Übung 3.6 (2 Punkte)

Beweisen Sie von der induktiven Definition der Addition ausgehend $2 + 2 = 4$.

Abgabetermin ist die Vorlesung am 6.11.2019.

Geben Sie bitte zu zweit ab und achten darauf, dass jede*r ungefähr die Hälfte der Aufgaben aufschreibt, also mindestens 8 Punkte.

Die Punktzahl der Aufgaben entspricht nur ungefähr ihrer Schwierigkeit. Insbesondere sind Aufgaben mit Sternchen zum Vergnügen da. Sie sind möglicherweise schwieriger als andere Fragen, aber Ihre Punktzahl wird kaum leiden, wenn Sie die Aufgabe nicht lösen.