Blatt 3

Übung 3.1 (4 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden linearen Code C, der in $\mathbb{F}_2^8$ durch die Zeilen der Matrix $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ definiert wird.

1. Was ist die minimale Hamming-Distanz der Elemente von C?
2. Bestimmen Sie eine Kontrollmatrix.
3. Wieviele Fehler kann dieser Code korrigieren? Wie viele kann er entdecken?

Übung 3.2 (9 Punkte)

1. Finden Sie alle Eigenwerte der Matrix $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{C})$.
2. Bestimmen Sie die zugehörigen Eigenvektoren.
3. Geben Sie eine diagonale Matrix an, die ähnlich zu M ist.

Übung 3.3 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie alle Eigenvektoren von N.

Ist N diagonalisierbar?

Übung 3.4 (2 Punkte)

Seien A und B Elemente von $M(2 \times 2, K)$ mit $\det(A) = \det(B)$ und $\mathrm{Tr}\,(A) = \mathrm{Tr}\,(B)$. Müssen A und B ähnlich sein?

Übung 3.5 (1 Punkte)

* Sei V ein endlicher K-Vektorraum, $V \neq 0$. Zeigen Sie, dass es keine Enndomorphismen f, g mit $fg - gf = \mathrm{id}_V$ gibt.

Finden Sie einen unendlich-dimensionalen Vektorraum W mit zwei linearen Endomorphismes f, g so dass $fg - gf = \mathrm{id}_W$ gilt.

Abgabetermin ist die Vorlesung am 22.4.24.

Begründen Sie all Ihre Antworten!

Geben Sie bitte zu zweit ab und achten darauf, dass jede*r ungefähr die Hälfte der Aufgaben aufschreibt, also mindestens 8 Punkte.

Die Punktzahl der Aufgaben entspricht nur ungefähr ihrer Schwierigkeit. Insbesondere sind Aufgaben mit Sternchen zum Vergnügen da. Sie sind möglicherweise schwieriger als andere Fragen, aber Ihre Punktzahl wird kaum leiden, wenn Sie die Aufgabe nicht lösen.