Blatt 4

Übung 4.1 (8 Punkte)

Finden Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Mattrix

$$M = \begin{pmatrix} -8 & 9 & -9 \\ 5 & -10 & 8 \\ 11 & -17 & 15 \end{pmatrix}$$

Ist M diagonalisierbar?

Übung 4.2 (3 Punkte)

Für welche Werte von t sind die beiden Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ähnlich?

Übung 4.3 (2 Punkte)

Prüfen Sie, dass die Multiplikation von Polynomen in $R[X]$ tatsächlich assoziativ ist.

Übung 4.4 (2 Punkte)

Sei R der Ring $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$. Finden Sie alle Nullstellen des Polynoms $X^2 - 1 \in R[X]$.

Übung 4.5 (3 Punkte)

Wir betrachten $\mathbb{F}_3[X]$, den Polynomalgebra in einer Unbestimmten über $\mathbb{F}_3$.
Welche dieser Abbildungen definieren Algebrahomomorphismen?

1. $f(X) \mapsto f(X+2)$.
2. $f(X) \mapsto f(X)^2$
3. $f(X) \mapsto f(X)^3$

Übung 4.6 (1+1 Punkte)

Gegeben sei $A \in M(n \times n, K)$. Betrachten Sie die lineare Abbildung $\ell_A : M(n \times n, K) \to M(n \times n, K)$ gegeben durch $\ell_A : X \mapsto A \cdot X$.

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von ℓ_A (unter Verwendung der Eigenwerte und Eigenvektoren von A).

* Nehmen wir nun an, dass A invertierbar und diagonalisierbar ist. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von $c_A : M(n \times n, K) \to M(n \times n, K)$ definiert durch $c_A : X \mapsto A \cdot X \cdot A^{-1}$.

Abgabetermin ist die Vorlesung am 29.4.24.

Begründen Sie all Ihre Antworten!

Geben Sie bitte zu zweit ab und achten darauf, dass jede*r ungefähr die Hälfte der Aufgaben aufschreibt, also mindestens 8 Punkte.

Die Punktzahl der Aufgaben entspricht nur ungefähr ihrer Schwierigkeit. Insbesondere sind Aufgaben mit Sternchen zum Vergnügen da. Sie sind möglicherweise schwieriger als andere Fragen, aber Ihre Punktzahl wird kaum leiden, wenn Sie die Aufgabe nicht lösen.