

## Anmerkungen zu Kunen

1. Kunen benutzt teilweise abweichende Notation, die schwer zu verstehen sein könnte, wenn man das Buch nicht vom Anfang an durchgenommen hat. Darunter sind:
  - (a)  $R(\alpha)$  bezeichnet die  $\alpha$ -te Stufe der *kumulativen Hierarchie*, oder *Von-Neumann-Hierarchie*. Üblicherweise wird  $R(\alpha)$  mit  $V_\alpha$  bezeichnet.
  - (b)  $ON$  ist die Klasse der Ordinalzahlen.
  - (c)  $HF$  ist die Menge der “hereditarily finite sets”, also  $HF = H(\omega) = R(\omega) = \{x \mid |\text{trcl}(x)| < \omega\}$ , wobei  $\text{trcl}(x)$  die transitive Hülle von  $x$  bezeichnet.
  - (d)  $ZC$  ist  $ZFC$  ohne Ersetzungsaxiom;  $Z$  ist  $ZF$  ohne Ersetzungsaxiom.  $ZF^-$  ist  $ZF$  ohne Fundierungsaxiom,  $ZFC^-$  ist  $ZFC$  ohne Fundierungsaxiom.  $ZF - P$  und  $ZFC - P$  sind  $ZF$  bzw.  $ZFC$  ohne Potenzmengenaxiom.
2. Kunen legt besonderen Wert drauf, zunächst  $ZFC^-$ , also  $ZFC$  ohne Fundierungsaxiom, zu betrachten. Innerhalb von  $ZFC^-$  definiert er die Von-Neumann-Hierarchie  $R(\alpha)$ . Die Notation  $WF$  (“well-founded sets”) steht für die Klasse aller wohlfundierten Mengen, also  $WF = \bigcup_{\alpha \in ON} R(\alpha)$ . Da  $WF$  dann ein Modell von  $ZFC$  ist, beweist er auf diese Weise  $\text{Con}(ZFC^-) \rightarrow \text{Con}(ZFC)$ .

Wir werden uns in dieser Vorlesung überhaupt nicht mit nicht-fundierten Mengen auseinandersetzen und  $ZFC^-$  nicht betrachten. Darum können Sie in den meisten Fällen Kunens  $WF$  einfach durch  $V$  (die Klasse aller Mengen) ersetzen.