

**Hausaufgaben 3. Woche**  
Abgabe: 25.04.2016, bis 12:15

1. Zeigen Sie, dass  $V_{\omega+\omega}$  die Aussage “jede Wohlordnung ist isomorph zu einer Ordinalzahl” nicht erfüllt. Suchen Sie danach die konkrete Instanz des Ersetzungsaxioms, die in  $V_{\omega+\omega}$  scheitert. [2+2 Punkte]

*Hinweis:* definieren Sie eine Wohlordnung auf  $\omega \times 2$ .

2. Beweisen Sie die folgende Aussage: wenn  $M$  ein transitives Modell von  $\text{ZF} \setminus (\text{Inf}, \text{Repl})$  oder von  $\text{ZF} \setminus (\text{Inf}, \text{Pow})$  ist, dann gilt für alle endliche Mengen  $x$ : wenn  $x \subseteq M$  dann  $x \in M$ . [2 Punkte]

*Hinweis:* Induktion nach  $n < \omega$ .

3. Beweisen Sie, dass  $H_{\omega_1}$  ein Modell ist von  $\text{ZFC} \setminus \text{Pow} +$  “alle Mengen sind abzählbar”. Sie dürfen annehmen, was in der Vorlesung gezeigt wurde (aber achten Sie genau auf die Absolutheit der jeweiligen Konzepte!) [4 Punkte]