Hausaufgaben 4. Woche
Abgabe: 02.05.2016, bis 12:15

1. Zeigen Sie: wenn ZFC widerspruchsfrei ist, dann ist ZFC nicht *endlich axiomatisierbar*, das heisst, es gibt keine endliche Menge $T = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$, so dass $\mathsf{ZFC} \vdash T$ und $T \vdash \phi$ für jede ϕ von ZFC. [2 Punkte]

2. Sei κ eine stark unerreichbare Kardinalzahl. Beweisen Sie, dass die folgenden Aussagen absolut sind für $M = H_\kappa = V_\kappa$, für alle $\lambda < \kappa$: [6 Punkte]
   - λ ist eine Kardinalzahl
   - λ ist eine reguläre Kardinalzahl,
   - λ ist eine stark unerreichbare Kardinalzahl.

3. Benutzen Sie die letzte Aufgabe, um einen alternativen Beweis von

$$\mathrm{Con}(\mathsf{ZFC}) \to \mathrm{Con}(\mathsf{ZFC} + \text{“es gibt keine unerreichbare Kardinalzahl”})$$

   zu geben, der sich nicht auf dem Gödelschen Unvollständigkeitssatz beruht. [2 Punkte]