

**Hausaufgaben 9. Woche**  
Abgabe: 13.06.2016, bis 12:15

1. Sei  $M$  ein abzählbares, transitives Modell von ZFC und  $\mathbb{P} = \text{Fn}(\omega, 2)$ . Finden Sie einen Filter  $G \subseteq \mathbb{P}$ , so dass für **alle** transitive, abzählbare Modelle  $N \supseteq M$  von ZFC mit  $G \in N$  gilt, dass  $o(N) \neq o(M)$ . [5 Punkte]

*Hinweis:* Sei  $G$  so, dass  $f_G = \bigcup G$  eine Funktion von  $\omega$  in  $2$  ist, die eine Ordinalzahl  $> o(M)$  codiert.

2.  $D \subseteq \mathbb{P}$  heisst **dicht unter**  $p$  wenn  $\forall q \leq p \exists r \leq q (r \in D)$ . Sei  $D \subseteq \mathbb{P}$ . Zeigen Sie: wenn  $\{q \mid D \text{ ist dicht unter } q\}$  dicht unter  $p$  ist, dann ist  $D$  dicht unter  $p$ . [2 Punkte]
3. Sei  $\Vdash$  die semantische Forcingrelation, und nehmen Sie an, dass die Definierbarkeits- und Wahrheitslemmas gelten. Zeigen Sie: für jede Aussage  $\phi$  in der Forcingsprache, und jede  $p \in \mathbb{P}$ , gibt es  $q \leq p$ , so dass  $q \Vdash \phi$  oder  $q \Vdash \neg\phi$ . [3 Punkte]