

Vortragsthemen

Master-Seminar “Knotentheorie”

Spielregeln:

- Dies ist ein mathematisches Seminar. Gleichberechtigte Lernziele sind einerseits das Erlernen der mathematischen Inhalte und andererseits die zielpublikumsgerechte Präsentation des im Selbststudium angeeigneten Wissens. Wichtig für das Erreichen beider Ziele ist die **kritische Auseinandersetzung mit dem Text**.
- Die Themen sind nicht notwendig in 90 Minuten abzuhandeln, und bei Bedarf können Vorträge über mehrere Sitzungen (oder Teile davon) verteilt werden.
- Eine aktive Beteiligung an der Diskussion wird erwartet und ist Teil der Seminarleistung. Fragen Sie, wenn Ihnen etwas unklar ist - die Chancen sind groß, dass es Anderen ähnlich geht.

(1) Grundbegriffe zu Knoten ([2, §1], [7, §2], [9, §1], [6, §1])

K. Bredow

Definieren Sie Knoten und ihre Äquivalenz, sowie reguläre Knotendiagramme. Verallgemeinern Sie die Begriffe für Verschlingungen, und veranschaulichen Sie sie mit möglichst vielen Beispielen. Stellen Sie Beispielklassen von Knoten und Verschlingungen vor (Torusknoten, Satellitenknoten, Bretzelknoten). Diskutieren Sie auch Orientierungen.

(2) Erste kombinatorische Techniken ([7, §3], [9, §1], [])

K. Sames

Erklären Sie die Reidemeister-Bewegungen, und beweisen Sie die Aussage, dass Diagramme äquivalenter Knoten durch solche Bewegungen ineinander überführt werden können. Geben Sie Beispiele. Definieren Sie Färbbarkeit, diskutieren Sie Beispiele und beweisen Sie die Existenz nichttrivialer Knoten.

(3) Seifert-Flächen und Primzerlegung von Knoten ([2, §2B], [7, §4], [6, §2])

F. Gut

Definieren Sie Seifert-Flächen und beweisen Sie deren Existenz. Definieren Sie das Geschlecht eines Knotens. Beschreiben Sie die zusammenhängende Summe von Knoten, beweisen Sie die Additivität des Geschlechts. Formulieren Sie den Primzerlegungssatz und geben Sie die Beweisidee.

(4) Verschlingungszahlen ([10, §5D], [7, §3.2])

A. Dürkop

Stellen Sie verschiedene Definitionen der Verschlingungszahl zweier disjunkter orientierter Knoten in S^3 (oder \mathbb{R}^3) vor und zeigen Sie deren Äquivalenz. Diskutieren Sie elementare Eigenschaften und Berechnungen in Beispielen.

(5) Das Jones-Polynom ([9, §3], [6, §3])

N. Schulz

Erläutern Sie die Konstruktion des Jones-Polynoms aus Kauffmans Klammerpolynom. Geben Sie Beispiele für die Berechnung an, und diskutieren Sie das Verhalten bei zusammenhängender Summe und disjunkter Vereinigung von Knoten.

(6) Die Knotengruppe ([2, §3], [10, §3B-D], [6, §11])

J. Bellmann

Diskutieren Sie die Knotengruppe und Methoden für ihre Berechnung, insbesondere die Wirtinger-Präsentation, und illustrieren Sie diese an Beispielen.

(7) Zöpfe und Knoten ([9, §5 und §6], [1, §2])

L. Wansner

Führen Sie die Zopfgruppe(n) ein und erklären Sie, wie man aus einem Zopf eine Verschlingung erhält. Diskutieren Sie die Sätze von Alexander und Markov, und geben Sie Beispiele.

(8) Das Alexander-Polynom ([7, §3 und §6], [6, §6], [10, §8])

P. Schattauer

Führen Sie das Alexander-Polynom ein (bevorzugt über Seifert-Matrizen wie in [7, §6] und [6, §6]) und berechnen Sie es für verschiedene Beispiele. Diskutieren Sie auch elementare Eigenschaften des Alexander-Polynoms.

(9) Heegaard-Zerlegungen von 3-dimensionalen Mannigfaltigkeiten ([9, §8 und §10-11], [10, §9B-D])

J.-O. Willprecht

Führen Sie Heegaard-Zerlegungen ein und erläutern Sie deren Existenz für jede orientierte geschlossene 3-dimensionale Mannigfaltigkeit. Diskutieren Sie Beispiele, insbesondere Linsenräume.

(10) Konstruktion von 3-Mannigfaltigkeiten durch Chirurgie auf S^3 ([9, §12], [6, §12], [10, §9F-I])

Beweisen Sie, dass jede geschlossene orientierte 3-dimensionale Mannigfaltigkeit mittels Chirurgie auf einer Verschlingung in S^3 konstruiert werden kann.

(11) Legendrische und transverse Knoten in 3-dimensionalen Kontaktmannigfaltigkeiten ([4])

C. Gloy

Mögliche weitere Themen:

- **Der Satz von Călugăreanu** ([3])
- **Framed knot contact homology** ([8])

Literatur

- [1] J. Birman, *Braids, Links and mapping class groups*, Princeton University Press, Annals of mathematics studies 82, 1975
- [2] G. Burde, H. Zieschang, *Knots*, 2. Auflage, de Gruyter, 2003
- [3] M. R. Dennis und J. H. Hannay, *Geometry of Călugăreanu's theorem*, Proc. R. Soc. A, **461**, 3245–3254, 2005
- [4] J. Etnyre, *Legendrian and transversal knots*
- [5] A. Kawauchi, *A Survey of Knot Theory*, Birkäuser, 1996
- [6] W. B. R. Lickorish, *An Introduction to Knot Theory*, Springer, 1997
- [7] C. Livingston, *Knotentheorie für Einsteiger*, Vieweg, 1995
- [8] L. Ng, *Framed knot contact homology*, Duke Math. J., vol. 141, no. 2, 2008, 365–406
- [9] V. V. Prasolov und A. B. Sossinsky, *Knots, Links, Braids and 3-Manifolds*, AMS, 1997
- [10] D. Rolfsen, *Knots and Links*, Publish or Perish, 1976, Reprint: AMS, 2003