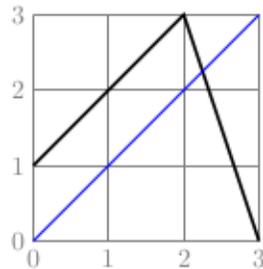


ELEMENTARE DYNAMISCHE SYSTEME

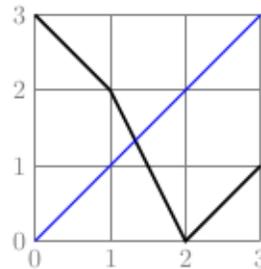
Projekt 5

In diesem Projekt geht es um Beispiele rund um den Satz von Sharkovsky.

- Entscheiden Sie jeweils, ob es eine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit den angegebenen Eigenschaften gibt, und begründen Sie Ihre Entscheidung.
 - Die Funktion f hat einen periodischen Punkt mit minimaler Periode 176, aber keinen periodischen Punkt der minimalen Periode 96.
 - Die Funktion f hat einen periodischen Punkt mit minimaler Periode 48, aber keinen periodischen Punkt der minimalen Periode 56.
- In den folgenden beiden Bildern sehen Sie die Graphen zweier Funktionen $[0, 3] \rightarrow [0, 3]$, die jeweils eine 4-periodische Bahn besitzen, die aus den Punkten der Menge $\{0, 1, 2, 3\}$ besteht.



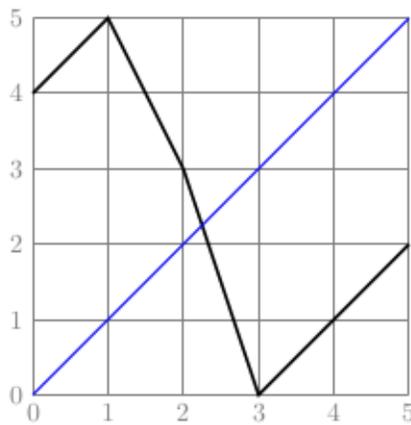
f_1



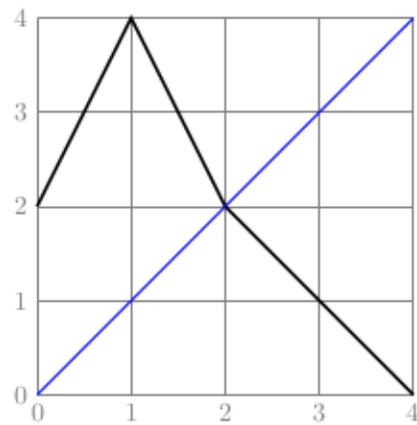
f_2

Eine dieser Funktionen hat periodische Punkte mit jeder anderen Periode, während die andere Funktion nur periodische Punkte der minimalen Perioden 1, 2 und 4 hat. Entscheiden Sie (mit Begründung), welche Funktion welches Verhalten hat.

3. Wir betrachten die beiden Funktionen $f : [0, 5] \rightarrow [0, 5]$ und $g : [0, 4] \rightarrow [0, 4]$ in den folgenden Bildern.



f



g

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion f eine periodische Bahn der Periode 6, aber außer dem Fixpunkt keine periodischen Bahnen mit ungerader Periode hat.
- b) Zeigen Sie, dass die Funktion g periodische Bahnen mit jeder geraden Periode, aber außer dem Fixpunkt keine periodischen Bahnen mit ungerader Periode hat.
Tipp: Wie sieht der Graph der zweiten Iteration g^2 aus?