

GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK

Übungsblatt 1

Präsenzaufgaben

(P1) Die folgende Aufgabe ist das aktuelle *Problem des Monats* der Hamburger Schülerzirkel Mathematik¹.

Problem des Monats • Oktober 2016

1) Wie oft kann man das Wort „Oktober“ lesen?
(Man beginnt immer oben links und liest in Leserichtung nach rechts oder nach unten)

| | | | |
|---|---|---|---|
| O | K | T | O |
| K | T | O | B |
| T | O | B | E |
| O | B | E | R |

2) Man kann jeden Buchstaben als eine Art Kreuzung verstehen, an der man sich entscheiden muss, ob man nach rechts oder nach unten weiter liest. Notiere dir an jedem Buchstaben die Anzahl der Wege, auf denen man diesen Buchstaben erreichen kann. Was fällt dir auf?

3) Nutze deine Erkenntnis aus Aufgaben 2) und bestimme die Anzahl aller Wege, auf denen man das Wort „Oktoberrätsel“ lesen kann.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| O | K | T | O | B | E | R | R |
| K | T | O | B | E | R | R | Ä |
| T | O | B | E | R | R | Ä | T |
| O | B | E | R | R | Ä | T | S |
| B | E | R | R | Ä | T | S | E |
| E | R | R | Ä | T | S | E | L |

- Lösen Sie alle drei Aufgabenteile, und begründen Sie dabei ihr Vorgehen möglichst genau.
- Das Wort „Mathematikstudium“ hat 17 Buchstaben. Wieviele verschiedene Rechtecke analog zu denen im Problem des Monats lassen sich aus diesem Wort bilden? Bestimmen Sie für *einige* dieser Rechtecke die Anzahl der Wege, auf denen man das Wort lesen kann.

¹Unter <http://bildungsserver.hamburg.de/00-schuelerzirkel-mathe/> finden Sie Informationen über dieses Projekt.

Übungsaufgaben mit Abgabetermin Mo, 24.10.16, zu Beginn der Vorlesung

Da wir in der ersten Vorlesung noch praktisch keine mathematischen Inhalte besprochen haben, sind die Übungsaufgaben so gewählt, dass sie mit Schulwissen und etwas „Spiel-
freude“ gelöst werden können.

(A1) Mehr zum *Problem des Monats* (3+3P)

- (a) Leiten Sie aus Ihren Erkenntnissen in Aufgabe (P1) eine allgemeine Regel für ein analoges Rechteck zu einem Wort aus $n \geq 3$ Buchstaben ab (die Antwort sollte natürlich von der Wahl der Spalten- und Zeilenanzahl im Rechteck abhängen).
- (b) Können Sie diese auch begründen?

(A2) Ein „Zaubertrick“ (2+4P)

In der Vorlesung wurde ein „Zaubertrick“ erwähnt, mit dem man „Gedanken lesen“ kann. Hier ist noch einmal der Ablauf: Die Testperson soll eine natürliche Zahl zwischen 0 und 63 wählen. Der „Gedankenleser“ überreicht der Testperson 6 Karten, auf denen jeweils eine Reihe von Zahlen abgebildet sind, und erbittet diejenigen Karten zurück, auf denen die gewählte Zahl *nicht* erscheint. Nach einem kurzen Blick auf diese zurückgegebenen Karten kann er die gesuchte Zahl bekanntgeben.

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 3 | 5 | 7 | 4 | 5 | 6 | 7 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 9 | 11 | 13 | 15 | 12 | 13 | 14 | 15 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 17 | 19 | 21 | 23 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 25 | 27 | 29 | 31 | 28 | 29 | 30 | 31 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 33 | 35 | 37 | 39 | 36 | 37 | 38 | 39 | 48 | 49 | 50 | 51 |
| 41 | 43 | 45 | 47 | 44 | 45 | 46 | 47 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| 49 | 51 | 53 | 55 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 |
| 57 | 59 | 61 | 63 | 60 | 61 | 62 | 63 | 60 | 61 | 62 | 63 |

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 2 | 3 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 10 | 11 | 14 | 15 | 12 | 13 | 14 | 15 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 18 | 19 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 40 | 41 | 42 | 43 |
| 26 | 27 | 30 | 31 | 28 | 29 | 30 | 31 | 44 | 45 | 46 | 47 |
| 34 | 35 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 48 | 49 | 50 | 51 |
| 42 | 43 | 46 | 47 | 44 | 45 | 46 | 47 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| 50 | 51 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 56 | 57 | 58 | 59 |
| 58 | 59 | 62 | 63 | 60 | 61 | 62 | 63 | 60 | 61 | 62 | 63 |

Verwendet werden Karten wie in dieser Abbildung.

- (a) Erklären Sie, *wie* der Trick funktioniert.

Tipp: Falls Sie zunächst keine Idee haben, so probieren Sie verschiedene Zahlen aus und betrachten Sie die Karten, die Sie jeweils in der Hand behalten würden. Was fällt Ihnen auf?

- (b) Erklären Sie, *warum* der Trick funktioniert.

(A3) Darf ich das?

(2+4+2P)

Ein Schüler kürzt den Bruch $\frac{16}{64}$, indem er in Zähler und Nenner jeweils die Ziffer „6“ streicht:

$$\frac{16}{64} = \frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4} = \frac{1}{4}.$$

Und tatsächlich, das Ergebnis ist richtig!

Die folgenden Fragen beziehen sich immer auf Brüche mit zweistelligen Zählern und Nennern.

- (a) Verwenden Sie Variablen für die drei auftretenden Ziffern und stellen Sie eine Gleichung auf, welche für diejenigen Brüche gilt, bei denen diese Version des „Kürzens“ funktioniert.
- (b) Finden Sie alle Brüche, für die dieses Verfahren des „Kürzens“ funktioniert.
- (c) Begründen Sie, warum Ihre Lösung in Teil (b) tatsächlich vollständig ist.
Falls Sie Teil (b) nicht gelöst haben, so begründen Sie stattdessen *mit mathematischen Argumenten*, warum reines „systematisches Probieren“ ohne Computerhilfe für dieses Problem sehr aufwendig ist.