

Präsenzaufgaben Topologie, Birgit Richter, WiSe 23/24; 2. Semesterwoche

(1) Zeigen Sie:

Der Rand von A ist $\overline{A} \cap \overline{X} \setminus A$.

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}.$$

$$(A \cap B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ.$$

Geben Sie Beispiele für $\overline{A \cap B} \neq \overline{A} \cap \overline{B}$ und $(A \cup B)^\circ \neq A^\circ \cup B^\circ$ an.

(2) Zeigen Sie, dass eine Metrik d äquivalent ist zu d' mit $d' = \frac{d}{1+d}$.

(3) Es sei $X = \{a, b, c, d, e\}$ und $T = \{\emptyset, \{a\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d, e\}, X\}$.

Weisen Sie nach, dass T eine Topologie ist.

Was sind die abgeschlossenen Mengen?

Was ist der Abschluss von $\{b\}$, $\{b, d\}$ und $\{a, c\}$?

Was sind die inneren Punkte von $\{b, c, d\}$? Was ist der Rand von $\{b, c, d\}$?

Gibt es dichte oder nirgends-dichte Teilmengen?

(4) Betrachten Sie die Teilmenge $B = \{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}, n \geq 1\} \subset \mathbb{R}$. Ist B nirgends dicht? Was ist mit $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$?