

## Meilensteine der Mathematik XVIII



### ***Zwei Perlen der Zahlentheorie: Kongruente Zahlen und Primzahlverteilung***

Prof. Dr. Helmut Müller

Freitag, **21. Juni 2019**, 17:15 Uhr, Hörsaal 6 des Geomatikums

Die erste „Perle“ behandelt eines der wohl ältesten (über 1000 Jahre alt!) Probleme der Zahlentheorie:

Finde, falls möglich, zu einer vorgegebenen natürlichen Zahl  $k$  ein rechtwinkliges Dreieck mit lauter Seiten rationaler Länge und dem Flächeninhalt  $k$ . Falls es so ein Dreieck gibt, nennt man die Zahl  $k$  kongruent. Diese etwas missverständliche Bezeichnung hat nichts mit der Kongruenz modulo einer natürlichen Zahl zu tun.

In dem Vortrag soll ein kurzer Abriss über die Entwicklung zur Lösung der Frage (Ist eine vorgelegte Zahl  $k$  kongruent oder nicht?) gegeben werden, mit der sich nicht nur berühmte Mathematiker alter Zeit (*Fibonacci*, *Fermat*, *Euler*) beschäftigt haben, sondern die bis heute studiert wird. Nachdem man eine Verbindung zu den elliptischen Kurven (*Heegner*, *Mordell*) entdeckt hat, kommen seit kurzem auch moderne Methoden zur Anwendung, so spielt auch die berühmte *Birch*- und *Swinnerton-Dyer* Vermutung eine Rolle. Aber noch immer harrt dieses Problem einer vollständigen Lösung.

Bei der zweiten „Perle“, geht es um die Primzahlverteilung, genauer um den sog. Primzahlsatz, den wohl zuerst *Gauss* in jungen Jahren vermutete, und der seit der berühmten Note von *Riemann* aus dem Jahr 1859 die mathematische Welt inspiriert hat. Inzwischen sind viele analytische, aber auch elementare Beweise bekannt. In dem Vortrag soll die historische Entwicklung, insbesondere die Verbindung zu der Verteilung der nichttrivialen Nullstellen der  $\zeta$ -Funktion angesprochen werden. Einige Eigenschaften der Restglieder werden diskutiert, wobei auch einige unglaublich große Zahlen (*Skewes*-Zahlen) eine Rolle spielen.