



Abgabe am Dienstag, 14. Mai 2019 am Anfang der Übung. Ab Übungsblatt #5 geben Sie bitte in Zweiergruppen ab.

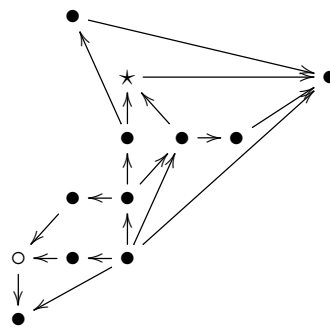
- (23) Sei $S = \{\dot{R}, \dot{f}\}$, wobei \dot{R} ein zweistelliges Relationssymbol ist und \dot{f} ein zweistelliges Funktionssymbol ist. Geben Sie die Ergebnisse der Substitution an. Wie in der Vorlesung erwähnt, brauchen wir eine Ordnung auf den Variablen. Wir setzen voraus, daß $x < y < u < v < w$ die ersten fünf Variablen in dieser Ordnung sind..

(a) $\exists x \exists y (\dot{R}(x, u) \wedge \dot{R}(y, v)) \frac{u \ u \ u}{x \ y \ v}$,

(b) $\exists x \exists y (\dot{R}(x, u) \wedge \dot{R}(y, v)) \frac{v \ \dot{f}(u, v)}{u \ v}$ und

(c) $\exists x \exists y (\dot{R}(x, u) \wedge \dot{R}(y, v)) \frac{u \ x \ \dot{f}(u, v)}{x \ u \ v}$.

- (24) Betrachten Sie den folgenden endlichen gerichteten Graphen \mathfrak{G} und interpretieren Sie ihn als $\{\in\}$ -Struktur. Betrachten Sie die Knoten, die durch \star und \circ gekennzeichnet sind und finden Sie heraus, ob die \mathfrak{G} -Potenzmenge dieser Knoten in \mathfrak{G} existiert. Welche der folgenden Axiome der Mengenlehre gelten in \mathfrak{G} : Extensionalitätsaxiom, Paar-men-genaxiom, Potenzmengenaxiom?



- (25) Sei X eine Menge und R eine beliebige binäre Relation auf X . Zeigen Sie
- (a) falls R symmetrisch ist, so ist (X, R) kein Modell der Mengenlehre und
- (b) falls R transitiv ist, so ist (X, R) kein Modell der Mengenlehre,

indem Sie jeweils eine Liste von Axiomen angeben, die nicht erfüllt sein können, wenn R die genannte Eigenschaft hat.

(26) Betrachten Sie die Axiomensysteme

$$T_0 := (\text{Ext})+(\text{Aus}),$$

$$T_1 := T_0 + (\text{Ver})+(\text{Paar}),$$

$$T_2 := T_0 + (\text{Einer})+(\text{BinVer})$$

und zeigen Sie:

(a) $T_0 \not\models T_1$,

(b) $T_0 \not\models T_2$,

(c) $T_1 \models T_2$ und

(d) $T_2 \models (\text{Paar})$.