

# Elementares Rechnen

## Aufgabe 1

Multiplizieren Sie die dreifache Summe der Zahlen  $1\frac{2}{9}$  und  $1\frac{2}{5}$  mit der halben Differenz der Zahlen  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{16}{59}$ .

## Aufgabe 2

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich:

(a)  $(2x + 3)(3x - 4) - (6x + 1)(x + 2)$

(b)  $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4}$

(c)  $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{12}$

(d)  $\frac{a+1}{a} - \frac{a}{a+1} + \frac{1}{a(a+1)}$

## Aufgabe 3

Schreiben Sie folgende Ausdrücke ohne Summen- und Produktzeichen und vereinfachen Sie soweit möglich

(a)  $\sum_{i=0}^3 i$

(b)  $\sum_{i=1}^4 \frac{1}{i}$

(c)  $\prod_{i=2}^4 i^2$

(d)  $\prod_{i=1}^6 x^2$

## Aufgabe 4

Es seien  $r$  und  $s$  ganze Zahlen, welche größer als null sind.

(a) Überzeugen Sie sich, dass

$$\min\{r, s\} + \max\{r, s\} = r + s.$$

(b) Wie könnte ein formaler Beweis dafür aussehen?

(c) Gilt die Aussage auch allgemeiner?

## Aufgabe 5

Berechnen Sie den größten gemeinsamen Teiler von 1234 und 432 ohne Taschenrechner.

**Aufgabe 6** (a) Zeigen Sie, dass für jede natürliche Zahl  $x$  gilt:  $x^3 - x$  ist durch 3 teilbar, und  $x^5 - x$  ist durch 5 teilbar. Können Sie diese Aussage verallgemeinern: Ist  $x^n - x$  durch  $n$  teilbar?

(b) Zeigen Sie, dass  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  für jedes  $x \in \mathbb{Z}$  durch 3 teilbar ist.

## Aufgabe 7

Welche Tripel natürlicher Zahlen  $a < b < c$  erfüllen

$$\text{ggT}(a, b, c) = 60 \quad \text{und} \quad \text{kgV}(a, b, c) = 2520?$$

## Aufgabe 8

Begründen Sie, dass für jede Primzahl  $p > 3$  die Zahl  $p^2 - 1$  durch 24 teilbar ist.