

M Mittelstufe

Aufgabe 1 (3 P.). Ein Schatz ist unter einem Feld eines 8×8 -Bretts vergraben. Unter jedem anderen Feld liegt eine Nachricht, welche die minimale Anzahl an Schritten angibt, die benötigt wird, um das Feld mit dem Schatz zu erreichen. (Hierbei führt ein Schritt stets auf ein Feld, das eine gemeinsame Seite mit dem Ausgangsfeld hat.) Welches ist die minimale Anzahl an Feldern, unter denen man graben muss, damit man den Schatz sicher erhält?

Aufgabe 2 (4 P.). Gibt es eine positive ganze Zahl mit einer ungeraden Anzahl an geraden positiven Teilern und einer geraden Anzahl an ungeraden positiven Teilern?

Aufgabe 3 (4 P.). Es sei $ABCD$ ein Parallelogramm. Die Inkreise der Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle CDA$ berühren die Diagonale AC im Punkt X bzw. Y . Die Inkreise der Dreiecke $\triangle BCD$ und $\triangle DAB$ berühren die Diagonale BD im Punkt Z bzw. T . Beweise, dass die Punkte X , Y , Z und T Ecken eines Rechtecks sind, sofern sie (paarweise) verschieden sind.

Aufgabe 4. Im Ausdruck

$$10 : 9 : 8 : 7 : 6 : 5 : 4 : 3 : 2 : 1$$

werden so Klammern gesetzt, dass das Ergebnis eine ganze Zahl ist.

(a) (2 P.) Was ist der maximal mögliche Wert dieser ganzen Zahl?

(b) (3 P.) Was ist der minimal mögliche Wert dieser ganzen Zahl?

Aufgabe 5 (5 P.). Rhinos Haut hat vertikale und horizontale Falten an seinen Seiten, insgesamt 17. Wenn Rhino eine seiner Seiten an einem Baum kratzt, verschwinden entweder zwei horizontale oder zwei vertikale Falten an dieser Seite, aber zwei neue Falten entstehen an der anderen, und zwar eine horizontale und eine vertikale. (Falls es an der Seite, an der er sich kratzt, weniger als zwei horizontale und weniger als zwei vertikale Falten gibt, passiert nichts.) Kann es passieren, dass auf jeder Seite die Anzahl an vertikalen und horizontalen Falten vertauscht sind, nachdem Rhino sich einige Male gekratzt hat?

Alle Aussagen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen! An Hilfsmitteln sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 4 Stunden.

Viel Erfolg!