

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Präsenzübungen Blatt 0

Aufgabe A:

a) Man beweise direkt:

$$(i) \quad 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{für } q \neq 1,$$

$$(ii) \quad 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

b) Man schreibe um in eine Summe bzw. ein Produkt:

$$(i) \quad 1 - 3 + 5 - 7 + 9 \mp \dots - 55 = \sum_{k=0}^? \dots = \sum_{j=1}^? \dots$$

$$(ii) \quad \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{25} \cdot \frac{8}{125} \cdot \dots \cdot \frac{18}{390625} = \prod_{n=1}^? \dots$$

Aufgabe B:

Was stimmt an folgenden Rechnungen nicht:

a) Für ein festes $x \in \mathbb{R}$ werde $y \in \mathbb{R}$ durch $y = \frac{2x}{3}$ berechnet

$$\Rightarrow \quad 3y + 2 = 2x + 2$$

$$\Rightarrow \quad 4(3y + 2) = 4(2x + 2)$$

$$\Rightarrow \quad 12y + 8 = 8x + 8$$

$$\Rightarrow \quad (42 - 30)y = (28 - 20)x$$

$$\Rightarrow \quad 28x - 42y = 20x - 30y$$

$$\Rightarrow \quad 7(4x - 6y) = 5(4x - 6y)$$

$$\Rightarrow \quad 7 = 5.$$

b) Es sei $x = -2$, dann folgt

$$\begin{aligned}2x^2 &= -4x \\ \Rightarrow 2x^2 + 4x + 2 &= 2 \\ \Rightarrow 2(x^2 + 2x + 1) &= 2 \\ \Rightarrow (x + 1)^2 &= 1 \\ \Rightarrow x + 1 &= 1 \\ \Rightarrow x &= 0.\end{aligned}$$

Aufgabe C:

Man gebe alle reellen Zahlen x an, für die $(x - 1)^2 - 1 \leq 2 - |x - 2|$ gilt.

Aufgabe D:

Mit \log werde der Logarithmus zur Basis 10 bezeichnet. Für $x, y \in \mathbb{R}^+$ und $k \in \mathbb{Z}$ gelten dann die bekannten Rechenregeln

$$\log(1) = 0, \quad \log(x \cdot y) = \log x + \log y, \quad \log\left(\frac{x}{y}\right) = \log x - \log y, \quad \log(x^k) = k \cdot \log x.$$

Wo liegt der Fehler in der folgenden Rechnung

$$\begin{aligned}0 &< \log 2 \\ \Rightarrow \log 2 &< \log 2 + \log 2 = \log 4 \\ \Rightarrow \log\left(4 \cdot \frac{1}{2}\right) &< \log\left(8 \cdot \frac{1}{2}\right) \\ \Rightarrow \log 4 + \log\left(\frac{1}{2}\right) &< \log 8 + \log\left(\frac{1}{2}\right) \\ \Rightarrow \log(4) \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\log\left(\frac{1}{2}\right)\right)^2 &< \log(8) \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\log\left(\frac{1}{2}\right)\right)^2 \\ \Rightarrow \log(4) (\log 1 - \log 2) &< \log(8) (\log 1 - \log 2) \\ \Rightarrow -\log(2) \cdot \log(4) &< -\log(2) \log(8) \\ \Rightarrow \log(2) (\log(8) - \log(4)) &< 0 \\ \Rightarrow (\log 2)^2 &< 0\end{aligned}$$

Bearbeitungstermin: 30.10. - 2.11.06 (während der Übung)