

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ für die gilt:

a) $|2 - |1 - |x|| \leq 3,$

b) $\frac{1}{4} \leq \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right),$

c) $e^x \leq \frac{1}{e^{2x+1}}.$

Aufgabe 6:

Man beweise durch vollständige Induktion

a) $\sum_{j=1}^n j2^j = (n-1)2^{n+1} + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N},$

b) $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ ist durch 133 teilbar $\forall n \in \mathbb{N},$

c) $\frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$

Aufgabe 7:

- a) Man entscheide ohne Zuhilfenahme eines (Taschen-)Rechners, welche der beiden Zahlen $\sqrt{7} + \sqrt{17}$ und $\sqrt{11} + \sqrt{13}$ größer ist (Hinweis: indirekter Beweis).
- b) Zur Berechnung von

$$\prod_{k=2}^n \frac{k^2}{k^2 - 1}$$

finde man eine Formel (notfalls durch Probieren) und beweise diese (ggf. durch vollständige Induktion).

Aufgabe 8:

- a) Man bestimme für die Zahlen 3185 und 126 den ggT und das kgV .
- b) Für die Binomialkoeffizienten mit $n, m, k \in \mathbb{N}$ und $k \leq m \leq n$ weise man folgende Beziehungen nach:

$$(i) \quad \binom{n}{m} \cdot \frac{n+1}{m+1} = \binom{n+1}{m+1},$$

$$(ii) \quad \binom{n}{m} \cdot \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{m-k}.$$

Abgabetermin: 27.11. - 30.11.06 (zu Beginn der Übung)