

## Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 2

#### Aufgabe 5:

Man bestimme alle  $x \in \mathbb{R}$  für die gilt:

a)  $|2 - |1 - |x|| \leq 3,$

b)  $\frac{1}{4} \leq \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right),$

c)  $e^x \leq \frac{1}{e^{2x+1}}.$

#### Aufgabe 6:

Man beweise durch vollständige Induktion

a)  $\sum_{j=1}^n j2^j = (n-1)2^{n+1} + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N},$

b)  $11^{n+1} + 12^{2n-1}$  ist durch 133 teilbar  $\forall n \in \mathbb{N},$

c)  $\frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$

### Aufgabe 7:

- a) Man entscheide ohne Zuhilfenahme eines (Taschen-)Rechners, welche der beiden Zahlen  $\sqrt{7} + \sqrt{17}$  und  $\sqrt{11} + \sqrt{13}$  größer ist (Hinweis: indirekter Beweis).
- b) Zur Berechnung von

$$\prod_{k=2}^n \frac{k^2}{k^2 - 1}$$

finde man eine Formel (notfalls durch Probieren) und beweise diese (ggf. durch vollständige Induktion).

### Aufgabe 8:

- a) Man bestimme für die Zahlen 3185 und 126 den  $ggT$  und das  $kgV$ .
- b) Für die Binomialkoeffizienten mit  $n, m, k \in \mathbb{N}$  und  $k \leq m \leq n$  weise man folgende Beziehungen nach:

$$(i) \quad \binom{n}{m} \cdot \frac{n+1}{m+1} = \binom{n+1}{m+1},$$

$$(ii) \quad \binom{n}{m} \cdot \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{m-k}.$$

**Abgabetermin:** 27.11. - 30.11.06 (zu Beginn der Übung)