

## Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 6

#### Aufgabe 21:

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \begin{cases} \cos x + 2x & \text{für } x \geq 0 \\ 1 & \text{für } x < 0 \end{cases} .$$

Ist der Mittelwertsatz:  $g'(x_0) = \frac{g(b) - g(a)}{b - a}$  mit  $x_0 \in ]a, b[$

für  $a = -\frac{\pi}{2}$  und  $b = \frac{\pi}{2}$  auf  $f$  anwendbar?

#### Aufgabe 22: (aus dem Vordiplom Analysis I, SS05, 5.9.2005)

a) Man berechne die folgenden Grenzwerte

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x/3 - 3 + \sqrt{9 - 2x}}$ ,

(ii)  $\lim_{x \rightarrow \pi} (x - \pi) \cdot \cot x$ .

b) Gegeben sei die durch  $f(x) = \sin(\pi^2 - x^2)$  definierte Funktion.

(i) Man berechne das Taylorpolynom  $T_2(x; x_0)$  von  $f$  zum Entwicklungspunkt  $x_0 = \pi$ .

(ii) Man schätze den Fehler zwischen  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  und  $T_2\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  nach oben ab.

**Aufgabe 23:** (aus dem Vordiplom Analysis I, Version A, WS04/05, 31.3.2005)

Gegeben sei die durch

$$f(x) = \exp\left(-x - \frac{4}{x+3}\right)$$

definierte reellwertige Funktion. Dabei bezeichnet  $\exp$  die  $e$ -Funktion, d.h.  $\exp(x) = e^x$ .

- a) Man gebe den maximalen Definitionsbereich  $D$  von  $f$  an.
- b) Wie viele Nullstellen besitzt  $f$ .
- c) Man berechne  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$  und  $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$ .
- d) Man untersuche das Verhalten von  $f$  im Unendlichen.
- e) Man untersuche das Monotonieverhalten von  $f$  im Definitionsbereich  $D$ .
- f) Man bestimme alle lokalen Extrema von  $f$ .
- g) Wie lautet das Taylor-Polynom  $T_1(x; x_0)$  von  $f$  zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$ .

**Aufgabe 24:**

Man diskutiere die reellwertige Funktion  $f(x) = x + \frac{x}{|x| - 2}$ .

Dazu untersuche man im Einzelnen: Definitionsbereich, Symmetrien, Pole, Verhalten im Unendlichen und Asymptoten, Nullstellen, Extrema und Monotonie, Wendepunkte und Konvexität. Abschließend zeichne man den Graphen von  $f(x)$ .

**Abgabetermin:** 5.2. - 8.2. (zu Beginn der Übung)