Analysis I

Michael Hinze
(zusammen mit Peywand Kiani)

Department Mathematik
Schwerpunkt Optimierung und Approximation, Universität Hamburg

22. Januar 2008

Beachtenswertes

- **Die Veranstaltung ist eng angelehnt an das Buch Höhere Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler von Prof. Dr. Günter Bärwolff, Spektrum Akademischer Verlag, ASIN/ISBN: 3827414369.**
- **Übungsaufgaben → http://www.math.uni-hamburg.de/teaching/export/tuhh/cm/a1/0708/index.html**
- **Besuch der Übungsgruppen gründlich vorbereiten!!**
- **Übungshefte: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, H. Wenzel / G. Heinrich, ab 4ter Auflage, gibt es bei Teubner Stuttgart/Leipzig.**
- **Als Formelsammlung empfehlen wir: Formeln und Fakten im Grundkurs Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Klaus Vetters, 3. Auflage, Teubner 2001.**

Übungsaufgaben für die kommenden beiden Wochen

Siehe WWW Seiten der Veranstaltung:
http://www.math.uni-hamburg.de/teaching/export/tuhh/cm/a1/0708/index.html

Buch Kap. 2.11 – Banachscher Fixpunktsatz

Definition 2.29: (Fixpunkt)

Sei $f : I \to I$ eine Funktion, welche das reelle Intervall I in sich abbildet, d.h. $f(I) \subset I$. Jede Lösung $\bar{x}$ der Gleichung

$$x = f(x)$$

heißt Fixpunkt von f. Diese Gleichung wird daher auch Fixpunktgleichung genannt.

Buch Kap. 2.11 – Banachscher Fixpunktsatz

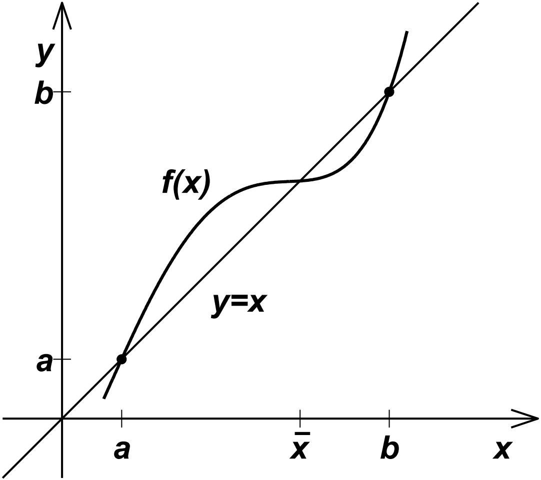

Abbildung 2.39: Fixpunkte von *f*.

Buch Kap. 2.11 – Banachscher Fixpunktsatz

Satz 2.24: (Banachscher Fixpunktsatz in $\mathbb{R}$)
Sei $f : I \to I$ eine reellwertige Funktion, die ein abgeschlossenes Intervall I in sich abbildet. Weiterhin gelte für alle $x_1, x_2 \in I$ die Ungleichung

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq K|x_1 - x_2|$$

mit einer von x_1, x_2 unabhängigen Konstanten $0 \leq K < 1$. Dann hat f genau einen Fixpunkt $\bar{x} \in I$ und die durch

$$x_{n+1} = f(x_n) \ (n \in \mathbb{N})$$

definierte Iterationsfolge (x_n) konvergiert für jeden beliebigen Anfangspunkt $x_0 \in I$ gegen diesen Fixpunkt. Ferner gilt für die Folgenglieder x_n

$$|x_n - \bar{x}| \leq \frac{K^n}{1-K}|x_1 - x_0| \text{ (a-priori Abschätzung),}$$

$$|x_n - \bar{x}| \leq \frac{1}{1-K}|x_{n+1} - x_n| \text{ (a-posteriori Abschätzung).}$$

Buch Kap. 2.11 – Newton-Verfahren

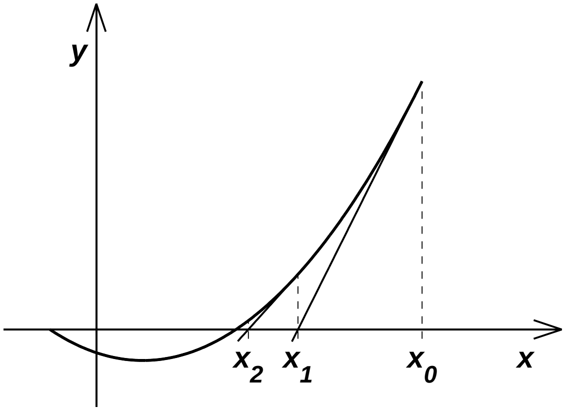

Abb. 2.40: Newton-Verfahren verwendet das lineare Modell