Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2010/11**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

a) Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ für die gilt: $x^2 \leq |3 - 2|x||$.

b) Man entscheide, welche der folgenden Funktionen injektiv, surjektiv und bijektiv sind und zeichne die zugehörigen Funktionsgraphen:

(i) $f_1 : [-4, 4] \to [0, 5]\,, \quad f_1(x) = |3 - 2|x||,$

(ii) $f_2 : [1, \infty[\to [0, \infty[\,, \quad f_2(x) = \ln x,$

(iii) $f_3 : [-\pi/4, \pi/4] \to [-1, 1]\,, \quad f_3(x) = \cos^2 x - \sin^2 x,$

(iv) $f_4 :]-1, 1[\to [-1, 1]\,, \quad f_4(x) = x^3.$

c) Eine Funktion heißt *gerade*, wenn $f(x) = f(-x)$ gilt, bzw. *ungerade*, wenn $f(-x) = -f(x)$ gilt. Welche der folgenden Funktionen sind gerade bzw. ungerade (man zeichne die Funktionsgraphen):

(i) $f_5(x) = \cos x + 2^x + 2^{-x}\,,$

(ii) $f_6(x) = (x - 2)^3 + 4\,.$

Aufgabe 6:

Man beweise durch vollständige Induktion

a) $\displaystyle\sum_{j=1}^{n} j2^j = (n-1)2^{n+1} + 2$ für alle $n \in \mathbb{N}$,

b) $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ ist für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 133 teilbar,

c) $\displaystyle\prod_{j=1}^{n}(1 + x_j) \geq 1 + \sum_{j=1}^{n} x_j$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x_j \geq 0$.

Aufgabe 7:

a) Man entscheide und begründe ohne Verwendung eines Taschenrechners, welche der beiden Zahlen $\sqrt{15}+\sqrt{18}$ und $\sqrt{14}+\sqrt{19}$ größer ist.

b) Zur Berechnung von

$$\prod_{k=1}^{n}\left(2+\frac{2}{k+1}\right)$$

finde man eine Formel (notfalls durch Probieren) und beweise diese (ggf. durch vollständige Induktion).

Aufgabe 8:

a) Man bestimme für die Zahlen 119301 und 43010 den ggT und das kgV.

b) Für die Binomialkoeffizienten mit $n, m, k \in \mathbb{N}$ und $k \leq m \leq n$ weise man folgende Beziehungen nach:

(i) $$\binom{n}{m}\cdot\frac{n+1}{m+1}=\binom{n+1}{m+1},$$

(ii) $$\binom{n}{m}\cdot\binom{m}{k}=\binom{n}{k}\cdot\binom{n-k}{m-k}.$$

Abgabetermin: 22.11. - 26.11.10 (zu Beginn der Übung)