Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. R. Lauterbach
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

a) Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ für die gilt: $1 - |2 - |x|| \geq 0$.

b) Man entscheide, welche der folgenden Funktionen injektiv, surjektiv und bijektiv sind und zeichne die zugehörigen Funktionsgraphen:

(i) $f_1 : [-5, 5] \to [-2, 2]\,, \quad f_1(x) = 1 - |2 - |x||$,

(ii) $f_2 : [0, 1] \to [0, 2]\,, \quad f_2(x) = x^4$,

(iii) $f_3 : [0, \pi/2] \to [0, 1/2]\,, \quad f_3(x) = \sin x \cos x$,

(iv) $f_4 : \mathbb{R} \to]0, \infty[\,, \quad f_4(x) = e^x$.

c) Eine Funktion heißt *gerade*, wenn $f(x) = f(-x)$ gilt, bzw. *ungerade*, wenn $f(-x) = -f(x)$ gilt. Welche der folgenden Funktionen sind gerade bzw. ungerade (man zeichne die Funktionsgraphen):

(i) $f_5(x) = x^2 + \sin(\ln |x|)$,

(ii) $f_6(x) = x^3 + \sin(2x)$.

Aufgabe 6:

Man beweise durch vollständige Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (2k - 1) = n^2$,

b) $\displaystyle\prod_{j=1}^{n} (1 + x_j) \geq 1 + \sum_{j=1}^{n} x_j \quad \text{mit } x_j \geq 0$,

c) $a_n = n^3 + 5n$ ist durch 6 teilbar.

Aufgabe 7:

a) Zur Berechnung von

$$\prod_{k=2}^{n} \frac{k^2}{k^2-1}$$

finde man eine Formel (notfalls durch Probieren) und beweise diese (ggf. durch vollständige Induktion).

b) Für die Binomialkoeffizienten mit $n, m, k \in \mathbb{N}$ und $k \leq m \leq n$ weise man folgende Beziehungen nach:

$$\binom{n}{m} \cdot \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{m-k} .$$

Aufgabe 8:

a) Man bestimme für die Zahlen 96135 und 84854 den ggT und das kgV

(i) unter Verwendung des Euklidischen Algorithmus,

(ii) mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.

b) Man überprüfe, ob folgende Mengen nach unten bzw. oben beschränkt sind und bestimme gegebenenfalls Infimum und Supremum

(i) $M_1 = [-2, 8] \cap]5, 15]$,

(ii) $M_2 =]-\infty, 2] \cup \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{5n}{2n+1} \text{ , } n \in \mathbb{N} \right\}$.

Abgabetermin: 19.11. - 23.11.12 (zu Beginn der Übung)