

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = x^3 - x - \frac{4}{5} + \cos x .$$

Man zeige mit Hilfe des Zwischenwertsatzes, dass die Funktion mindestens drei Nullstellen besitzt und mit Hilfe des Satzes von Rolle, dass sie höchstens drei und damit dann genau drei Nullstellen besitzt.

Aufgabe 22:

Man berechne das Taylor-Polynom vom Grad 3 für die durch

$$f(x) = e^{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$$

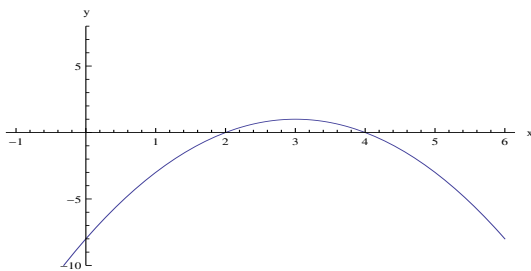
gegebene Funktion zum Entwicklungspunkt $x_0 = -\frac{\pi}{6}$ und schätze den Approximationsfehler $\left|f(0) - T_3\left(0; -\frac{\pi}{6}\right)\right|$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange nach oben ab.

Aufgabe 23:

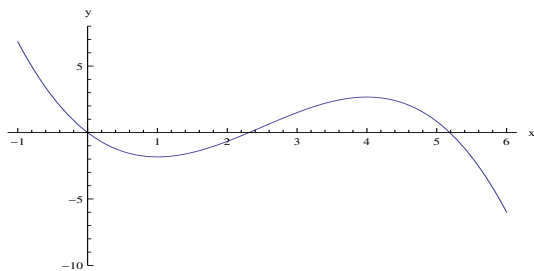
a) Man berechne die folgenden Grenzwerte

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1}{x^2}, \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} - \frac{6}{e^{2x} - 1}.$$

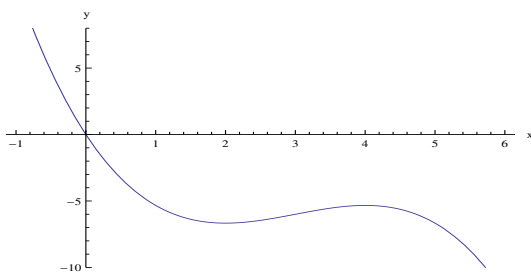
b) Nur die Ableitung $g'(x) = -x^2 + 6x - 8$ ist von der reellwertigen Funktion g bekannt. Man gebe die Monotoniebereiche von g an und klassifiziere alle Extremwerte. Anschließend begründe man, welcher der unten angegebenen Funktionsgraphen g_i mit dem von g übereinstimmt.



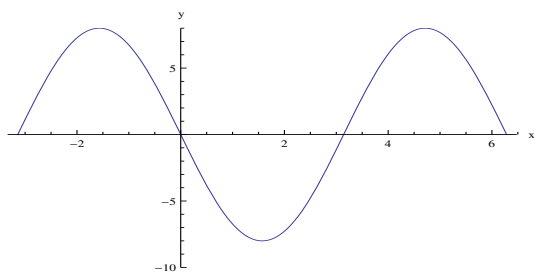
Funktion g_1



Funktion g_2



Funktion g_3



Funktion g_4

Aufgabe 24:

Gegeben sei die durch

$$f(x) = \ln \left| x + \frac{1}{x} \right|$$

definierte reellwertige Funktion.

Man diskutiere die Funktion f . Dazu bestimme man im Einzelnen: Definitionsbereich, Symmetrie, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, Verhalten im Unendlichen, Nullstellen, Monotonieverhalten, Extrema, Konvexität und Wendepunkte. Abschließend skizziere man den Graphen von f .

Abgabetermin: 26.1. - 30.1.15 (zu Beginn der Übung)