Buch Kap. 3.1 – Exkurs Reihen

(s_n) mit $s_n := \sum_{i=0}^{n} a_i$ heißt Reihe.

Notwendig für Konvergenz: $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

Satz 3.2 (Monotoniekriterium): $a_i \geq 0$ für alle $i \in \mathbb{N}$ und (s_n) beschränkt, dann (s_n) konvergent.

Satz 3.3 (Cauchy Kriterium): (s_n) konvergent gdw es zu jedem $\epsilon > 0$ ein $n_\epsilon \in \mathbb{N}$ gibt mit, s.d. $|\sum_{i=n+1}^{m} a_i| < \epsilon$ für alle $m > n \geq n_\epsilon$ erfüllt ist.

Satz 3.4 (Leibniz Kriterium): (a_k) sei monoton fallende Nullfolge. Dann konvergiert (s_n) mit $s_n := \sum_{i=0}^{n} (-1)^i a_i$.

Definition 3.3 (Absolute Konvergenz): (s_n) heißt absolut konvergent, falls (b_n) mit $b_n := \sum_{i=0}^{n} |a_i|$ konvergiert.

Buch Kap. 3.1 – Exkurs Reihen weiter

Satz 3.7 (Majorantenkriterium): Ist $(s_n) = \sum_{i=0}^{\infty} |a_i|$ absolut konvergent und gilt $|b_i| \leq |a_i|$ für alle $i \geq n_0$ mit einem $n_0 \in \mathbb{N}$, so ist auch $\sum_{i=0}^{\infty} b_i$ absolut konvergent.

Satz 3.11 (Quotienten- und Wurzel-Kriterium): $(s_n) = \sum_{i=0}^{\infty} |a_i|$.

- **(Quotienten-Kriterium): $a_k \neq 0$ für alle $k \geq k_0$ und $\lim_{k\to\infty, k\geq k_0} \left|\frac{a_{k+1}}{a_k}\right| = d < \infty$, oder**
- **(Wurzel-Kriterium): $\lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{|a_k|} = d < \infty$;**

dann ist (s_n) absolut konvergent, falls $d < 1$ und divergent, falls $d > 1$.