

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Für folgende Funktionen f berechne man alle $x \in \mathbb{R}$ für die $f(x) \geq 0$ gilt und zeichne die zugehörigen Funktionsgraphen

a) $f(x) = |x - 1| - 2|x + 1|$,

b) $f(x) = 4x - 3x^2 - x^3$.

Aufgabe 6:

a) Für die Funktion f mit

$$f(x) = x^4 - 16$$

zeichne man den Funktionsgraphen und berechne alle Nullstellen $x \in \mathbb{C}$.

b) Man berechne die folgenden Ausdrücke und gebe sie in kartesischer Darstellung an

(i) $z_1 = 8 + i - (7i - 9)$,

(ii) $z_2 = 4i^9 + 8i^6 - 7i^3 + 3i^2 - 9i$,

(iii) $z_3 = \cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)$,

(iv) $z_4 = (8 + i)(7i - 9)$,

(v) $z_5 = \frac{8 + i}{7i - 9}$.

Aufgabe 7:

- a) Mit Hilfe der Eulerschen Formel und unter Verwendung von $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ bestätige man die Gültigkeit der Additionstheoreme

$$\cos 4x = 1 + 8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x,$$

$$\sin 4x = 8 \cos^3 x \sin x - 4 \cos x \sin x.$$

- b) Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_2 = \sqrt{3} - i, \quad z_3 = \frac{2e^{7\pi i/6} e^{\pi i/3}}{e^{\pi i/2}}.$$

- (i) Man berechne

$$z_1 + \bar{z}_2, \quad \operatorname{Re}(z_1 + z_2), \quad \operatorname{Im}(\bar{z}_1 + z_2), \quad |z_1 + z_3|.$$

- (ii) Man bestimme die Polarkoordinatendarstellung von

$$z_1, \quad z_2, \quad z_3, \quad z_1^7, \quad \bar{z}_2^8, \quad \frac{z_1^7 \bar{z}_2^8}{z_3^{14}}.$$

Aufgabe 8:

- a) Für die Funktion

$$f : [a, \infty[\rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad y = f(x) := x^2 - 6x + 11$$

bestimme man die kleinste Zahl a , so dass f eine Umkehrfunktion f^{-1} besitzt. Man berechne die Umkehrfunktion, gebe deren Definitions- und Wertebereich an und zeichne den Funktionsgraphen von f^{-1} .

- b) Man entscheide, welche der folgenden Funktionen injektiv, surjektiv und bijektiv sind und zeichne die zugehörigen Funktionsgraphen:

(i) $f_1 : [-4, 4] \rightarrow [0, 5], \quad f_1(x) = |3 - 2|x||,$

(ii) $f_2 : [1, \infty[\rightarrow [0, \infty[, \quad f_2(x) = \ln x,$

(iii) $f_3 : [-\pi/4, \pi/4] \rightarrow [-1, 1], \quad f_3(x) = \cos^2 x - \sin^2 x,$

(iv) $f_4 :]-1, 1[\rightarrow [-1, 1], \quad f_4(x) = x^3.$

Abgabetermin: 21.11. - 25.11.16 (zu Beginn der Übung)