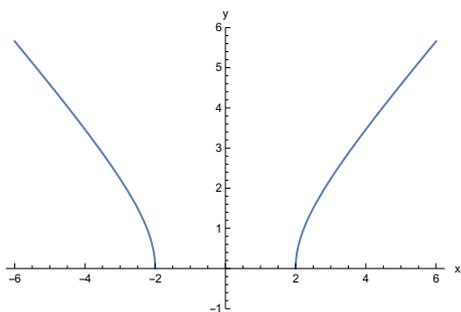


Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

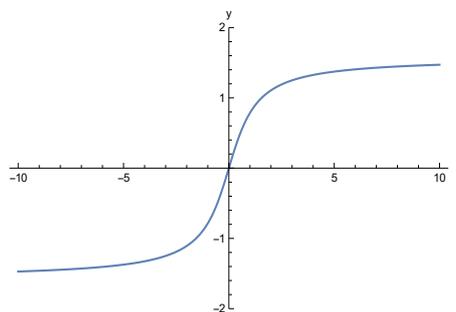
Blatt 3

Aufgabe 9:

Zu den Abbildungsvorschriften $f(x)$ und $g(x)$ seien die folgenden Funktionsgraphen gegeben:



$$f(x) = ?$$



$$g(x) = ?.$$

a) Man begründe, welche der Abbildungsvorschriften

$$f_1(x) = \arctan(x), \quad f_2(x) = \sqrt{|x| - 2}, \quad f_3(x) = \sqrt{x^2 - 4}, \quad f_4(x) = \sqrt[3]{x}$$

mit $f(x)$ und welche mit $g(x)$ übereinstimmt.

b) Man untersuche, ob es sich bei f und g um gerade, ungerade oder beschränkte Funktionen handelt.

c) Anhand der Funktionsgraphen von f und g gebe man die Bereiche an, in denen die Funktion monoton wächst oder fällt und konkav oder konvex (von unten) ist.

Aufgabe 10:

a) Man vereinfache die folgende Abbildungsvorschrift

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}} + \frac{1}{2} \ln(x + 2) - \frac{1}{2} \ln(x - 1) + \frac{3}{2} \ln(x + 1).$$

b) Für die unecht gebrochen rationale Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 8x + 35}{x^2 - 8x + 19}.$$

spalte man den polynomialen Anteil durch Polynomdivision ab.

c) Für das Polynom

$$p_3(x) = x^3 + 3x^2 - 22x - 24$$

bestimme man die Linearfaktorzerlegung unter Verwendung der Methode der Polynomdivision.

Aufgabe 11:

a) Unter Verwendung der Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen zeige man, dass für $t = \tan \frac{x}{2}$ gilt

$$\sin x = \frac{2t}{t^2 + 1}.$$

b) Mit Hilfe der Definitionen von \sinh und \cosh weise man die Gültigkeit des folgenden Additionstheorems nach

$$\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y.$$

c) Die Funktion $y = \tanh(x)$ besitzt für $x \in \mathbb{R}$ eine Umkehrfunktion. Diese wird mit $\operatorname{artanh}(y)$ bezeichnet. Man zeige, dass gilt

$$\operatorname{artanh}(y) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+y}{1-y} \right)$$

und überprüfe, ob artanh eine gerade oder ungerade Funktion ist.

Aufgabe 12:

Man untersuche die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimme ggf. den Grenzwert:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{3n+4}{4n^2+3n+2}, & b_n &= \left(\frac{n^3+2n+7}{2n^3+3n^2+8} \right)^4, \\ c_n &= \left(\frac{n+5}{n} \right)^{2n}, & d_n &= \sqrt{9n^2+252n} - \sqrt{9n^2-8}, \\ e_n &= \frac{n^2}{n+3} - \frac{n^3}{n^2+2}, & f_n &= \frac{8 \cdot 5^{n+2} + 4 \cdot 7^{n+1}}{2 \cdot 7^{n-1} - 3 \cdot 5^n}. \end{aligned}$$

Abgabetermin: 5.12. - 9.12.16 (zu Beginn der Übung)