

Aufgabe 1:

a) Man berechne den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{2n^2 + 3} - \frac{2n^2}{4n + 5}$.

b) Man beweise für alle $n \in \mathbb{N}$ durch vollständige Induktion $\sum_{k=1}^n (2k+3) = n(n+4)$.

c) Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, & x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x, & \frac{\pi}{2} \leq x. \end{cases}$

Man bestimme $a, b \in \mathbb{R}$, sodass f in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ stetig differenzierbar wird, und skizziere f .

Aufgabe 2:

a) Man berechne den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3}{x - x \cos x}$.

b) Für die Funktion f mit

$$f(x) = \sqrt{2x + 12}$$

berechne man die Tangentengleichung im Punkt $x_0 = 2$.

c) Gegeben sei die Funktion g mit $g(x) = \ln(x^2 + 4)$.

- (i) Man gebe die Monotoniebereiche von g an und berechne alle Extremwerte.
- (ii) Man bestimme die Bereiche, in denen g konvex bzw. konkav ist, und gebe alle Wendepunkte an.