

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

a) Man berechne die erste Ableitung der folgenden Funktionen

$$\text{i) } f(x) = (5x^2)^x, \quad \text{ii) } g(x) = x - \sinh x \cosh x.$$

b) Man berechne die ersten beiden Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\text{i) } h(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}, \quad \text{ii) } k(x) = \ln(\cos x).$$

c) Man berechne die ersten drei Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\text{i) } u(x) = 7(x - 1)(x^2 + x + 1), \quad \text{ii) } v(x) = \sqrt{2 - 3x}.$$

Aufgabe 22:

Man berechne die Taylor-Polynome vom Grad 2 und 3 für die durch

$$g(x) = \ln(2x + 3)$$

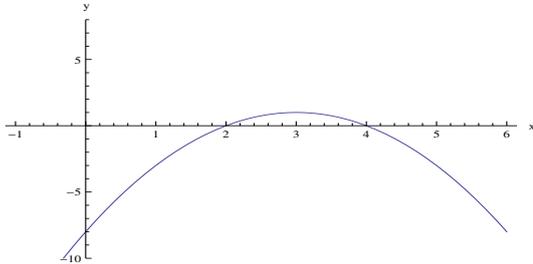
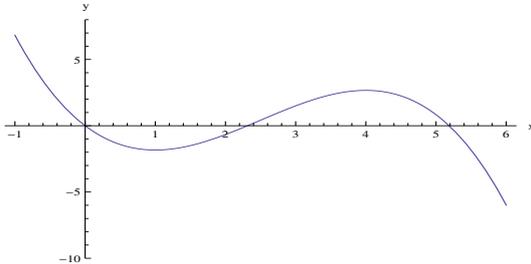
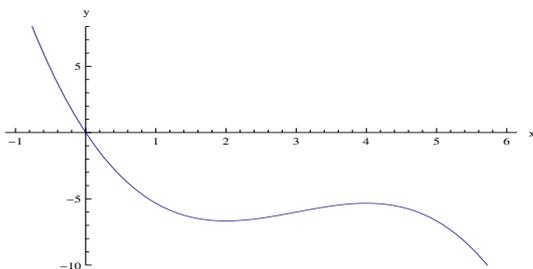
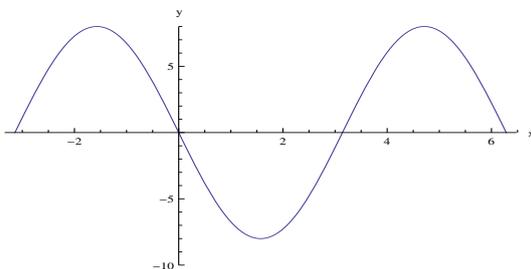
gegebene Funktion zum Entwicklungspunkt $x_0 = -1$ und schätze die Approximationsfehler $|g(0) - T_i(0; -1)|$, $i = 2, 3$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange nach oben ab. Wie ändert sich der Fehler, wenn man die Abschätzung bei $x = -1/2$ anstelle von $x = 0$ durchführt.

Aufgabe 23:

a) Man berechne die folgenden Grenzwerte

$$\text{(i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1}{x^2}, \quad \text{(ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} - \frac{6}{e^{2x} - 1}.$$

- b) Nur die Ableitung $g'(x) = -x^2 + 6x - 8$ ist von der reellwertigen Funktion g bekannt. Man gebe die Monotoniebereiche von g an und klassifiziere alle Extremwerte. Anschließend begründe man, welcher der unten angegebenen Funktionsgraphen g_i mit dem von g übereinstimmt.

Funktion g_1 Funktion g_2 Funktion g_3 Funktion g_4

Aufgabe 24:

Man diskutiere die reellwertige Funktion

$$f(x) = \frac{2(x^2 - x + 1)}{x - 1}$$

anhand der folgenden Punkte:

- Definitionsbereich,
- Symmetrien,
- Pole (Singularitäten),
- Asymptotisches Verhalten (Verhalten im Unendlichen),
- Nullstellen und Vorzeichenverhalten von f ,
- Monotoniebereiche und (lokale) Extrema,
- Konvexität und Wendepunkte,
- Skizze.

Abgabetermin: 28.1. - 1.2.19 (zu Beginn der Übung)