

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

a) Man multipliziere aus: $(2a - 5b)(b + a) - (4b + 3a)(a - b)$.

b) Man klammere aus: $7a^2bx + 21xy^3 + 7a^2bz^2 + 21y^3z^2$.

c) Man addiere die folgenden Brüche:

$$(i) \frac{a}{b} + \frac{b}{a}, \quad (ii) \frac{x}{x-3} + \frac{3}{2x}, \quad (iii) \frac{4x}{x-2} - \frac{2}{x^2-4}.$$

d) Durch Potenzrechengesetze vereinfache man die Terme:

$$(i) \sqrt{25y^4z^8} + \sqrt{144(yz^2)^4}, \quad (ii) \sqrt{25y^4z^8 + 144(yz^2)^4}.$$

e) Mit Hilfe der binomischen Formeln fasse man folgende Terme zusammen:

$$(i) x^2 - 6xy + 9y^2, \quad (ii) 4a^4 - 12a^2b^2 + 9b^4, \quad (iii) 147a^2b - 75b^3.$$

Aufgabe 2:

Was stimmt an folgenden Rechnungen nicht:

a) Für ein festes $y \in \mathbb{R}$ werde $x \in \mathbb{R}$ durch $3x = 5y$ berechnet

$$\Rightarrow 10y - 6x = 15y - 9x$$

$$\Rightarrow 20y - 12x = 30y - 18x$$

$$\Rightarrow 20y + 10xy - 30y^2 - 12x + 18xy - 6x^2 = 30y + 10xy - 30y^2 - 18x + 18xy - 6x^2$$

$$\Rightarrow 10y(2 + x - 3y) - 12x + 18xy - 6x^2 = 10y(3 + x - 3y) - 18x + 18xy - 6x^2$$

$$\Rightarrow 10y(2 + x - 3y) - 6x(2 + x - 3y) = 10y(3 + x - 3y) - 6x(3 + x - 3y)$$

$$\Rightarrow (10y - 6x)(2 + x - 3y) = (10y - 6x)(3 + x - 3y)$$

$$\Rightarrow 2 + x - 3y = 3 + x - 3y$$

$$\Rightarrow 2 = 3$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & x = -2 \\
 & \Rightarrow 2x^2 = -4x \\
 & \Rightarrow 2x^2 + 4x + 2 = 2 \\
 & \Rightarrow 2(x^2 + 2x + 1) = 2 \\
 & \Rightarrow (x + 1)^2 = 1 \\
 & \Rightarrow x + 1 = 1 \\
 & \Rightarrow x = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & 0 < \log 2 \\
 & \Rightarrow \log 2 < \log 2 + \log 2 = \log 4 \\
 & \Rightarrow \log \left(4 \cdot \frac{1}{2} \right) < \log \left(8 \cdot \frac{1}{2} \right) \\
 & \Rightarrow \log 4 + \log \left(\frac{1}{2} \right) < \log 8 + \log \left(\frac{1}{2} \right) \\
 & \Rightarrow \log(4) \cdot \log \left(\frac{1}{2} \right) + \left(\log \left(\frac{1}{2} \right) \right)^2 < \log(8) \cdot \log \left(\frac{1}{2} \right) + \left(\log \left(\frac{1}{2} \right) \right)^2 \\
 & \Rightarrow \log(4) (\log 1 - \log 2) < \log(8) (\log 1 - \log 2) \\
 & \Rightarrow -\log(2) \cdot \log(4) < -\log(2) \log(8) \\
 & \Rightarrow \log(2) (\log(8) - \log(4)) < 0 \\
 & \Rightarrow (\log 2)^2 < 0
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

a) Man schreibe um in eine Summe bzw. ein Produkt:

$$(i) \quad 1 - 4 + 7 - 10 + 13 \mp \dots + 31 = \sum_{k=0}^? \dots$$

$$(ii) \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{16}{20} \dots \frac{131072}{85} = \prod_{n=1}^? \dots$$

b) Man beweise direkt:

$$(i) \quad 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{für } q \neq 1,$$

$$(ii) \quad 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Aufgabe 4:

a) Man gebe alle reellen Zahlen x an, für die $|3x + 4| - 3 < 2x + 3$ gilt.

b) Man berechne alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$, für die gilt

(i) $x + 1 = \sqrt{(x - 1)^2}$,

(ii) $\sqrt{(x + 1)^2} = x - 1$.

Bearbeitungstermin: 2.11. - 6.11.20 (während der Übung)