

Bemerkung:

Alle Integrale müssen mit Hilfe der bekannten Rechenregeln, Verfahren und unter Verwendung der elementar bekannten Stammfunktionen gelöst werden, d.h. die Lösung darf nicht aus einer Formelsammlung zitiert werden.

Aufgabe 1:

a) Man berechne $\int (x + 1) \cos x \, dx$.

b) Existiert das Integral $\int_6^7 \frac{dx}{\sqrt[7]{(x-6)^8}}$? Falls ja, so berechne man dessen Wert.

c) Gegeben sei die durch

$$f(x) = x + \sin(x)$$

definierte Funktion.

(i) Für f stelle man das quadratische Newtonsche Interpolationspolynom p_2 auf, mit den Stützstellen

$$x_0 = \frac{\pi}{2}, \quad x_1 = \pi, \quad x_2 = 2\pi.$$

(ii) Wie groß wird der Fehler höchstens, wenn man $p_2\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ als Näherungswert für $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ verwendet?

(iii) Man skizziere $p_2(x)$ im Intervall $\left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$.

Aufgabe 2:

a) Man berechne das Integral $\int \frac{7x^2 + 4x + 9}{(x+3)(x^2 - 2x + 5)} \, dx$.

b) Durch

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$$

mit $0 \leq t \leq \pi/4$ werde ein Draht parametrisiert mit der Massendichte $\rho(x, y) = \frac{y}{x^2}$. Man berechne die Gesamtmasse des Drahtes.