

Aufgabe 1)

- a) Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der bei der Drehung des Funktionsgraphen von $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$ um die x -Achse, zwischen der Mantelfläche und der x -Achse, entsteht.
- b) Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{5e^{2x} - 10e^x - 3}{(e^x - 3)(e^x - 1)} dx$$

mit Hilfe der Substitution $t = e^x$.

Aufgabe 2)

- a) Gegeben sei die Funktion $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{1+x}$.
- (i) Berechnen Sie mit Hilfe der einfachen Trapezregel ($h = 1$) eine Näherung $T(f)$ für

$$I := \int_1^2 f(x) dx.$$

- (ii) Zeigen Sie, dass

$$\max_{x \in [1, 2]} |f''(x)| \leq \frac{1}{4}$$

gilt.

- (iii) Mit Hilfe der summierten Trapezregel soll eine Näherung $T_s(f, h)$ für

$$I = \int_1^2 f(x) dx$$

berechnet werden. Bestimmen Sie eine Schrittweite h , so dass der absolute Fehler maximal 10^{-3} beträgt. Das heißt:

$$|I - T_s(f, h)| \leq 10^{-3}.$$

- b) Berechnen Sie eine Näherung für $\arcsin(0.6)$, indem Sie das Interpolationspolynom p_2 zweiten Grades der Funktion $g(x) = \arcsin(x)$ zu den folgenden Daten bestimmen und an der Stelle $x = 0.6$ auswerten.

x_k	0	$\frac{1}{2}$	1
$g(x_k)$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$