Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2009**
Prof. Dr. I. Gasser
Dr. K. Rothe

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Aus einem kreisförmigen Stück Pappe vom Radius R wird ein Sektor mit dem Winkel α herausgeschnitten. Dieser Kreissektor wird an den Schnittflächen so zusammengeklebt, dass ein Kegel entsteht.

Für welchen Winkel α besitzt dieser Kegel maximales Volumen? Man berechne dieses Maximalvolumen.

Aufgabe 2:

Für die Zweige des Kegelschnitts

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 = 4$$

berechne man Definitionsbereich, Nullstellen, Monotoniebereiche, Extrema, Konvexitätsbereiche, Wendepunkte und skizziere die beschriebene Kurve.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Gleichung

$$x = 6 - 3\sqrt[3]{x} \quad \text{für} \quad x \geq 0\,.$$

a) Man verschaffe sich graphisch durch Zeichnen der Funktionen $f(x) = x$ und $g(x) = 6 - 3\sqrt[3]{x}$ einen Überblick über die Anzahl der Schnittpunkte von f und g und begründe anschließend auch theoretisch, warum es nur eine Lösung x^* der obigen Gleichung geben kann.

b) Man gebe ein Intervall D an, so dass die Fixpunktiteration

$$x_{n+1} = 6 - 3\sqrt[3]{x_n}$$

für alle Startwerte aus D gegen x^* konvergiert.

c) Wieviele Iterationen N benötigt man ausgehend vom Startwert $x_0 = 2$, um den Fixpunkt x^* mit einem absoluten Fehler von höchstens 10^{-3} zu berechnen?

d) Man berechne für das unter c) a priori bestimmte N die Iterierte x_N und überprüfe die Genauigkeit der Iterierten mit Hilfe der A-posteriori-Fehlerabschätzung.

Aufgabe 4:

Man untersuche die Funktionenfolgen

a) $f_n : [0, \infty[\to \mathbb{R}\,, \qquad f_n(x) = \dfrac{x}{1 + nx}\,,$

b) $g_n : [0, 2] \to \mathbb{R}\,, \qquad g_n(x) = \dfrac{nx}{e^{nx}}\,,$

c) $h_n : [0, 1] \to \mathbb{R}\,, \qquad h_n(x) = 1 - (1 - x)^n$

auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz.

Abgabetermin: 14.4. - 17.4. (zu Beginn der Übung)