

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Man bestätige die folgenden Identitäten:

a) $\cos z = \frac{1}{2} (e^{iz} + e^{-iz})$,

b) $\cos z = \cos x \cosh y - i \sin x \sinh y$ mit $z = x + iy$ und $x, y \in \mathbb{R}$,

c) $\cos(w + z) = \cos w \cos z - \sin w \sin z$ mit $w, z \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 10:

a) Im Intervall $] -1, 1[$ berechne man die Ableitung von $\arcsin x$.

b) Für die Binomialkoeffizienten $\binom{a}{n}$ weise man für $a = -1/2$ die Gültigkeit folgender Formel nach:

$$\binom{-1/2}{n} = (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n)} .$$

c) Man berechne die Potenzreihe von $\arcsin x$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

d) Man bestimme den Konvergenzradius zu der unter c) berechneten Potenzreihe und untersuche das Konvergenzverhalten in den Randpunkten.

Aufgabe 11:

- a) Von der Funktion $\sinh(x)$ sind nur die Stützstellen

x_i		0	3	6
$\sinh x_i$		0	10	201.7

gegeben. Man berechne das zugehörige Interpolationspolynom $p_2(x)$.

- b) Man berechne $p_2(4)$ als Näherungswert für $\sinh(4)$. Wie groß ist der Fehler höchstens? Man berechne zum Vergleich den tatsächlichen Fehler.
- c) Man zeichne $\sinh(x)$ und $p_2(x)$ im Intervall $[0, 6.5]$.
- d) Zusätzlich sei noch $\sinh(5) = 74.2$ gegeben. Mit dieser Information führe man a) bis c) bzgl. $p_3(x)$ durch.

Aufgabe 12:

Man berechne zur Funktion $f(x) = x^3$ den natürlichen kubischen Interpolationsspline $s(x)$ zu den Knoten $x_j = j$ für $j = 0, 1, 2, 3$ und zeichne die Funktionsgraphen von $s(x)$ und $f(x)$. Warum kann $s(x)$ nicht mit $f(x)$ übereinstimmen?

Abgabetermin: 11.5. - 15.5. (zu Beginn der Übung)